~~L. 14~~

Math. P.

393 h 4°

Werneburg

Erste allgemeine

RECHNENLEHRE

oder

RECHNENKUNST

für und nach jeglicher stetigen Eintheilung, vermittelst der

Dekadik.

Allen angehenden Civil- und Bergbaukundigen
empfohlen.

Ein Bey- und Nachtrag

zu jedem mathematischen Lehrbuche

von

Dr. J. Friedrich Christian Werneburg

in Göttingen.

Leipzig,

bey Gottfried Martini.

1804.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Seiner

Durchlaucht, dem Kurprinzen von Pfalz-Bayern etc.

KARL LUDWIG AUGUST,

dem künftigen so viel versprechenden Regenten desjenigen teutschen Staates,

in welchem

philosophische Bearbeitungen der Wissenschaften und Künste

besonders beschirmt und beschützt werden,

in tiefster Ehrfurcht

geweihet.

VORREDE.

Seit mehreren Jahrhunderten theilte man die Gröſsen, die sich bey unserm alltäglichen Handeln, unsern gemachten und noch zu machenden Untersuchungen und Beobachtungen innerhalb der Sphäre aller empirischen Anschauungen, d. i. in der Welt unserm Geiste darstellen, oder kurz, man theilte Zeit, Raum, und Dinge in Zeit und Raum, in gewisse gleiche Theile nicht nur nach der Menge Einheiten der Zahl 10 in der Dekadik, sondern bald nach einer kleinern, bald und öfterer gröſsern Menge von Einheiten. So zum Beyspiel in der reinen Mathematik bey Zirkel-Gröſsen und der Zeit, wo man nach der Menge Einheiten der dekadischen Zahl 60 und deren Potenzen theilt; in der Civil-Baukunst und andern damit verwandten Wissenschaften, wo man nach der Menge Einheiten der dekadischen Zahl 12 (zwölf) und so weiter theilt.

In diesen Wissenschaften fallen nun sehr häufig Aufgaben und Berechnungen von Gröſsen vor, in denen Wurzeln, Potenzen, Logarithmische und Zirkel-Gröſsen, und dergleichen vorkommen, deren Lösung man einstweilen nach der Dekadik und der dekadischen Eintheilung anstellte; indem man mehrmals Reduktionen vorzunehmen genöthigt war, vielmals etwas hinzusetzte oder hinwegliefs; — aber nicht, wie es doch hätte seyn sollen, die geringste Aenderung nach der jedesmaligen Eintheilung selbst vornahm, weil man solche vielleicht (?) wohl nicht darnach aufzulösen wuſste. Es konnte nicht fehlen, daſs mit diesem Verfahren zur Lösung jener Aufgaben und Rechnungen bisweilen oft, ja sehr oft Fehler selbst von Erheblichkeit zum Nachtheil der gehörigen Schärfe verbunden waren. Auf eben diese Mängel und daraus flieſsenden Fehler stieſsen zwar Einige unter andern, auch sehr oft schon, bey dem Studium und bey längerer Anwendung der mehr oder weniger auf mathematische Grundsätze beruhenden technischen Wissenschaften und

ihrer Theile z. B. in der Civil-Baukunst bey der Lehre von den Abdachungen der Mauern, von den Widerlagen der Gewölber, der Brücken und in dergleichen mehr; doch wie diesen abzuhelfen sey, waren unbekannte Regionen. — Voll des gerechten Widerwillens dagegen, faſste der Verfasser endlich den festen Entschluſs, nicht eher abzulassen, bis er diesen Mängeln abgeholfen und Regeln und Formeln aufgefunden und festgesetzt hätte, bey deren praktischer Anwendung kein Fehler, oder höchstens nur diejenigen, welche auch bey den gewöhnlichen Rechnungen nach der Dekadik für die dekadische Eintheilung immer Statt finden werden, und denen nicht auszuweichen ist, vorfielen.

Eröffnen muſste sich bey genauerer Bearbeitung dieses Gegenstandes ein viel weitläuftigeres nur hie und da umgerissenes, aber nicht durchaus bearbeitetes Feld in mehreren mathematischen Wissenschaften. Einige besondere Ansichten, die ich mir schon als Anfänger sonst davon verschafft hatte und nun noch mehr erweiterte, lieferten mir die deutliche Ueberzeugung, daſs ich nur hier den rechten Standpunkt aufzusuchen hätte, von wo aus sich dann alles viel besser beleuchten und das noch Fehlende und Unvollkommene in den verschiedenen Theilen erblicken lieſs. Ich schloſs von einzelnen Dingen auf das Ganze, vom Ganzen wieder auf die Theile zurück; Lehren und Formeln, die bisher blos für besondere Fälle anwendbar waren, erlangten unter einiger Veränderung eine allgemeinere Anwendbarkeit. Das Identische wurde am Besondern heraus gehoben und kaum hatte ich hieran das Allgemeine aufgefaſst, so sah ich schon im Vertrauterwerden mit dem Gegenstande ein, daſs ein Ausgehen vom Absolut-Einen und Identischen die Besonderheiten oder Differenzen alle enthalte. Ich wurde dann immer von dem Einen auf das Andere geleitet, was gar nicht in gegenseitiger Beziehung, sondern verschieden von einander zu seyn scheint.

In diesem Versuche, der ein Theil von ihnen ist, und dessen Ausarbeitung in die Jahre 96 und 97 fällt, hoffte ich, sey es mir geglückt, durch eine genaue Ansicht der zeither genug bekannten Lehren der Arithmetik im weit umfassenden Sinne, deren Anwendung sich bis jetzt nur allein auf die dekadische Eintheilung, einige leichte und kurze Streifereyen in die Duodecimal- und Sexagesimal-Eintheilung von einigen Mathematikern ausgenommen, einschränkte, und durch einige Zusätze,

die Lehren selbst allgemein anwendbar bey jeder Eintheilung darzustellen, so daſs man darnach im Stande seyn wird, alle gewöhnlichen und höhern Rechnungen, wie sie nach der Dekadik und für die dekadische Eintheilung immer gemacht werden, für jede andere Eintheilung, von welcher Art sie auch sey, und nach welcher Menge Einheiten die Eintheilung in ununterbrochener Graden-Folge geschehen sey, anstellen zu können. Man kann und mag diesen Versuch als einen Bey- und Nachtrag zu jedem Lehrbuche der reinen Mathematik ansehen. Der allgemeinen bekannten Dekadik bediente ich mich als Mittel, die Lehren darzustellen.

*Der noch nie in bekannten Kompendien von diesem Gesichtspunkte aus betrachtete Gegenstand und der also niemals in dieser Hinsicht betretene Gang, nöthigten mich, einige neue Kunst-Wörter und Karaktere aufzunehmen und zu gebrauchen. Bey Bearbeitung nahm ich auch mit Rücksicht auf diejenigen, welche keinen weitern Unterricht mehr genieſsen können, bey denen ich aber doch auch, so wie bey jedem, der die erste Abtheilung hiervon verstehen und nutzen will, die nöthigen Vorkenntnisse in der Buchstaben-Rechnenkunst, Algebra, und, wer die zweyte Abtheilung verstehen will, auch vorzüglich in den Anfangs-Gründen der höhern Analysis *) voraussetzen muſste, da ich mich auf die genug bekannten und in jedem rechtlichen Lehr- und Hand-Buche der reinen Mathematik befindlichen Lehren stützte, und solche nicht noch ein Mal angeführt habe. Bey Ausarbeitung des letzten Kapitels leuchteten mir zu sehr die Vortheile von Verwandlungs- oder Uebersetzungs- oder sonst sogenannten Reduktions-Tafeln ein und die gröſsere Vollkommenheit, die dadurch diesem Werke zu Theil werden würde, wenn dergleichen Tafeln von den am häufigsten vorkommenden stetigen Eintheilungen berechnet und in einem Anhange beygefügt würden; so daſs ich mich angetrieben fühlte, dergleichen für die so genannte Duodecimal- und Sexagesimal-Eintheilung zu verfertigen.*

---

*) *Es sey mir erlaubt in Hinsicht der Theorie der Zirkel-Gröſsen auf meine reinwissenschaftliche Deduktion der Verhältnisse der trigonometrischen Linien, Leipzig* 1800 *und auf meine Grund-Züge origineller alter und neuer Systeme und Theile der Mathematik* 1804 *zu verweisen.*

Mein Wunsch ist noch schlüſslich dieser: Andere möchten nun auf diesem von mir eingeschlagenen Wege weiter fortschreiten und die Sache nur noch mehr vervollkommnen, wie ich es vorzüglich von der Lehre der Logarithmen hoffe, deren Theorie man jetzt noch genauer wird bestimmen können.

*Offenheit meines Karakters dringt mir das Geständniſs ab: Die Ausarbeitung dieser Schrift war es, die in mir die Idee des Taun-Zahlen-Systems erweckte. Sie fällt in meine früheren Jahre, wo ich noch nichts von den wetterleuchtenden Versuchen früherer Mathematiker in der Konstruktion anderer Zahlen-Systeme von kleinerer Basis als die Dekadik wuſste. — Eben als ich mit der Ausziehung der Wurzeln, der Berechnung der Logarithmen und der Zirkel-Gröſsen hierin besonders für und nach der sogenannten Duodecimal-Eintheilung beschäftigt war, und mein Geist gleichsam den höchsten Schwerfälligkeiten der sehr Raum wegfressenden formellen Duodecimal-Eintheilung, die materialiter so leicht ist, eben unterliegen wollte, da war's, wo es mit einem Male mit Blitzes-Schnelle in mir gelichtet hat, daſs durch zwey neue einfache Ziffern für zehn und eilf und durch Bezeichnung von zwölf jetzt mit 10 alle drückende Schwerfälligkeiten des Ein Mal Einses, der Theilbarkeit, und das Raumwegfressen mit einem Male auf das köstlichste gehoben werden, und eine der materiell-vollkommenen zwölftheiligen Eintheilung ganz entsprechende formelle Eintheilung oder das vollkommenste Zahlen-System, das es jemals geben könnte, hervortreten würde. Jetzt begannen nun die Zweifel und theoretisch-praktischen Untersuchungen, ob es nicht ein Rechnen-System mit Ziffern geben könne, das noch viel vollkommener sey, indem ich noch mehr einfache Ziffern und Zahlen-Zeichen erfände und der Basis 10 einen immer gröſsern und gröſsern Werth zugestände und beymäſse *), und so die Zahlen-Systeme von der Leib-*

---

*) *Ich habe die so bearbeiteten stetigen Eintheilungen in eben so viel Zahlen-Systeme umgeschaffen, und darauf die in der letzten Abtheilung meiner Schrift: Grund-Züge originneller alter und neuer Systeme und Theile der Mathematik befindliche reinwissenschaftliche Konstruktion und Kritik aller möglichen noch faſsbaren Zahlen-Systeme entworfen.*

nitzischen Dyadik bis zum sogenannten Sexagesimal-Zahlen-Systeme genau untersuchte. Ich verglich dann jegliches vom Sechs-Zahlen-Systeme an mit allen übrigen und da mufste das sogenannte Zwölf-Zahlen-System mir dennoch als vollkommenstes übrig bleiben. Kein Wunder also, dafs ich mit so vielem Enthusiasmus und heiligem Eifer wie ein göttliches Geschenk seine baldigste allgemeine Einführung predigte, und desto hartnäckiger und im absolut dogmatischen Geiste, ja hier mit kühner Behauptung der ersten absoluten Unfehlbarkeit lehrte, je mehr jene uneingeweihten Apostel der allgemein zu machenden Decimal-Eintheilung die Annahme des Decimal-Systems verlangten.

Ob so etwas keine göttliche jedoch natürliche Offenbarung seyn möge, als wofür es wirklich einige ausgeben wollen, läfst man füglich dahin gestellt seyn. Diese Schrift kann und wird in Verbindung mit den andern nur um so stärker darzu beytragen, die unübertreffbare Vollkommenheit des Taun-Zahlen-Systems ins helleste Licht zu setzen, je fühlbarer sie die Schwerfälligkeiten der zeither gewöhnlichen formellen Darstellung der materialiter so vollkommenen Duodecimal-Eintheilung und das Rechnen mit und nach solcher macht. Deshalb kann ich auch kühn den für unverständig erklären, der meine Idee und mein Verlangen an alle gebildet seyn wollende Menschen, mit zwölf Ziffern zu rechnen, mit den ähnlichen Vorschlägen eines Weigel und Karls des Zwölften, mit sechsen zu rechnen, unter eine und dieselbe Kategorie werfen will. — Wer dann aber, so ganz durchdrungen von der Wahrheit der absoluten Vollkommenheit des (Zwölf) Taun-Zahlen- und Theilungs-Systems oder der Rechnen-Lehre und Kunst mittelst zwölf Ziffern, wie ich, mitten im Eifer und Kampf nicht auch manche vielleicht harte Worte (wie in meinem Beweise, dafs unter allen möglichen Zahlen- und Theilungs-Systemen etc. Leipzig 1800 und in meiner Teliosadik 1 Theil, letztes Kapitel) öfters äufsern und entscheidend absprechen sollte, der nehme den ersten besten Stein und werfe ihn auf mich. Die Geschichte und das Urtheil der Nachwelt ist das göttliche Welt-Gericht — hohen Muthes kann ich vor ihm erscheinen. —

Ich kann und werde eine Zeit über die anzufangende Einführung der Teliosadik schweigen, — allein bis an mein Ende auf Befragen: ob nicht die unendlichen Schwierigkeiten der Einführung die grosen dadurch zu erhaltenden Vortheile derselben überwiegen möchten? — stets öffentlich, und ohne Scheu das Bekenntniſs ablegen: die unendlichen Vortheile der Einführung der vollkommenen Rechnen-Kunst (und Theilung) mit zwölf Ziffern überwiegen die unendlichen Schwierigkeiten der Einführung unendlich. —

An und mit dieser Schrift entkeimten die übrigen bereits gedruckten; das Publikum wird sie, in ihrer unveränderten Gestalt hingegeben, auch als den Erstling aufnehmen.

Geschrieben Ostern 1804 *in Göttingen, wie in Eisenach im J.* 1800.

J. F. C. W—b—g.

EINLEITUNG.

§. 1.

Jede Gröfse läfst sich bekannter Mafsen als nach und nach in verschiedene Theile getheilt und in Mengen von lauter solchen verschiedenen Theilen bestehend, denken und vorstellen, und wird es auch.

Wenn ich nun eine Einheit irgend einer Gröfse m in α Theile theile, oder sie in so viel Theile getheilt annehme, so nenne ich diese Menge Theile, Einheiten von einem nächst niedern Grade; theile ich ferner eine Einheit von diesem Grade wieder in β Theile, so heifsen diese, Einheiten von noch niederm Grade u. s. f., und so nenne ich Einheiten von jenen, in Beziehung auf diese, Einheiten von einem nächst höhern Grade, und eben so Einheiten von der Gröfse m in Beziehung auf die der nächsten Eintheilung auch Einheiten von noch nächst höherm Grade und so ferner.

§. 2.

Da man sich nun jede Gröfse als nach und nach in verschiedene Theile getheilt und in Mengen von lauter solchen verschiedenen Theilen bestehend, vorstellen kann; so wollen wir nun allgemein ein Mal für immer, hinführo jede Gröfse auf folgende Weise vorstellen, als aus lauter Gliedern bestehend, welche zusammen Mengen von den verschiedenen

Theilen enthalten und daher nach gewissen Graden auf einander folgen, annehmen, als:

$$\text{A oder X} = a + b\alpha + c\beta + d\gamma + e\delta \text{ etc. oder}$$
$$\text{B oder Y} = m + n\omega + o\psi + p\chi + q\varphi \text{ etc. oder}$$
$$\text{C oder Z} = h + i\mu + l\lambda + m\lambda + n\lambda \text{ etc.}$$

wo die beygesetzten griechischen Buchstaben anzeigen sollen, in wie viel Theile eine oder mehrere Einheiten des nächstvorhergehenden Gliedes der Gröfse zur Linken getheilt sey, oder wie viel Einheiten des Gliedes vom niedern Grade eine oder etliche Einheiten des andern Gliedes vom nächst höhern Grade machen;

der ihm beygefügte lateinische Buchstabe aber: wie viel nun Einheiten vom niedern Grade, welche keine Einheit vom höhern Grade zusammen ausmachen, zu dem vorhergehenden Gliede als das darauf folgende Glied addirt sind.

Anmerk. Wir wollen uns der bis jetzt gebräuchlichsten Arithmetik des dekadischen Systems bedienen, der Geübtere mag alsdenn irgend eine andere Arithmetik nehmen und anwenden, so werden sich die folgenden allgemeinen Regeln immer gebrauchen lassen.

§. 3.

Es stelle A oder irgend eine jede Gröfse X, eine Summe Geld vor z. B. a Dukaten + b Thaler + c Groschen + d Pfennige + e Heller; so ist, wenn man den Dukaten zu 3 Thaler annimmt $\alpha = \frac{1}{3}$ Dukaten; wenn der Thaler = 24 Groschen, so ist $\beta = \frac{1}{24}$ eines Thalers, $\gamma = \frac{1}{12}$ eines Groschen, $\delta = \frac{1}{2}$ Pfennig u. s. w.

B oder jede andere Gröfse Y sey gleich einer Summe Gewicht von m Schiffpf. + n Centner + o Pfund + p Loth + q Quentchen + + + etc.; so wird, wenn man 1 Schiffpfund = 3 Centner, 1 Centner = 108 ℔, 1 ℔

$= 32$ Loth, 1 Loth $= 4$ Quentchen annimmt, $\omega = \frac{1}{3}$ Sfb, $\psi = \frac{1}{108}$ $\omega = \frac{1}{1008}$ eines Centners, $\chi = \frac{1}{3^2}$ $\psi = \frac{1}{3^2}$ eines Pfundes, $\varphi = \frac{1}{4}\chi = \frac{1}{4}$ Loth u. s. w.

C oder Z sey z. B. = einer Länge von h Ruthen oder Toisen + i Fuſs + l Zoll + m Linien + n Skrupel, so zeigt μ an, wie viel Fuſs eine Einheit des vorhergehenden Gliedes vom höhern Grade, eine Ruthe oder Toise machen, ebenfalls zeigt λ an, wie viel Zoll zu einer Einheit des Gliedes vom höhern Grade, zu einem Fuſs gehören, λ ebenfalls wie viel Linien zu einem Zoll, λ wie viel Skrupel, λ wie viel Punkte und immer so weiter in noch kleinere Theile.

§. 4.

Man wird durch dieses angeführte Beyspiel leicht einsehen, daſs die Anzahl der Theile, die durch den lateinischen Buchstaben bezeichnet wird, immer wenigstens um eine Einheit kleiner seyn müsse, als die Zahl, welche anzeigt, in wie viel Theile eine Einheit des vorhergehenden Gliedes getheilt sey, und die durch den griechischen Buchstaben, der daran steht, angedeutet wird.

Ist also zum Beyspiel $\alpha = \frac{1}{10}$, oder $\alpha = \frac{1}{8}$ des vorhergehenden Gliedes, so darf b im ersten Falle höchstens nur bis zu 9, im andern höchstens nur bis zu 7 anwachsen, denn sonst entstünde daraus eine Einheit des vorhergehenden Gliedes.

§. 5.

Hinführo werde ich die Gröſse oder Zahl, welche anzeigt, wie viele Einheiten eines niedern Grades eine Einheit eines nächst höhern ausmachen, und welche durch den den Gliedern beygesetzten griechischen Buchstaben angezeigt wird, den *Theilungs-Exponenten* nennen. Es ist daher bey $x\alpha + y\beta + z\omega$ oder irgend einer Gröſse, β der Theilungs-Exponent zwischen x und y, ω der Theilungs-Exponent zwischen y und z u. s. w.

§. 6.

Gröfsen nun, von einer solchen Eintheilung, wo die Theilung nach den Potenzen einer und derselben Zahl fortgeht, oder, nur mit andern Worten ausgedrückt, wo eine Einheit eines höhern Grades allemal α Einheiten, des nächst niedern unmittelbar auf diesen folgenden Grades ausmachen, oder, was diesem gleich gesagt ist, wo der Theilungs-Exponent zwischen je zwey und je zwey Gliedern von unmittelbar auf einander folgenden Graden immer ein und derselbe ist; solche Gröfsen nun wie z. B. die Kreisbögen von einem Grade und minder, die Zeit von einer Sekunde und minder, das Längen- oder Werk-Mafs, oder jede andere nach dieser Weise so eingetheilte oder angegebene Zahl wollen wir hinführo auf folgende Weise darsellen und ausdrücken: $a\alpha^{I} + b\alpha^{II} + c\alpha^{III} + e\alpha^{IV}$ u. s. w., oder $m + n\beta^{I} + o\beta^{II} + p\beta^{III} + q\beta^{IV}$ und so weiter, oder $g\gamma^{4} + h\gamma^{3} + i\gamma^{2} + k\gamma^{I} + m$ oder

2) auch bequemer und einfacher so: $\overline{a + b + c + d + e}^{\alpha}$ u. s. w. $= A$, $\overline{m + n + o}\overline{+ p + q + r}^{\beta} = B$; wo man nämlich festsetzt, dafs die b Einheiten von einem nächst niedern Grade als die a Einheiten rechter Hand, und von einem nächst höhern Grade als die c Einheiten linker Hand sind, und deren gemeinschaftlicher Theilungs-Exponent α ist; eben so auch ist q von einem noch höhern Grade als r, und p von einem nächst höhern als q, und o von einem nächst höhern als p u. s. f.

3) Man kann sie auch so vorstellen, dafs man alle Verbindungszeichen der Glieder $+$ wegläfst und die Einheiten von unmittelbar auf einander folgenden Graden an einander schreibt, und sie blofs durch ein darzwischen gesetztes Komma oder einen geraden Strich trennt. Z. B. $\overline{a|b|c|d|e}^{\alpha}$ oder $\overline{m,n,o,p,q,r}^{\beta}$. Diese beyden letztern Arten 2), 3) lassen sich nur wohl anwenden, wenn alles durch Zahlen ausgedrückt ist.

§. 7.

Befänden sich etwa negative Theile darunter in solchen Gröfsen, so kann man solche sehr leicht in positive verwandeln, indem man nur eine Einheit von dem nächst höhern Grade nimmt, die dann so viele Einheiten des niedern Grades betragen, als aus wie viel Menge Einheiten der Theilungs-Exponent besteht und davon die negativen Einheiten abzieht und positive übrig bleiben, wobey aber die Einheiten von nächst höhern Graden um eine Einheit vermindert worden sind.

§. 8.

Wäre etwa die unmittelbare Graden-Folge unterbrochen, weil sich etwa keine Einheiten daselbst befänden und es fehlten etwa zwischen dem höchsten und niedrigsten Grade einige oder mehrere Grade, so mufs man das Fehlende, oder die fehlenden Grade mit Null-Einheiten ergänzen, so dafs man eine ununterbrochene Graden-Folge erhält.

§. 9.

Eine solche Eintheilung nun wie §. 6., wo die Theilung in ununterbrochener Graden-Folge, nach einem und demselben Theilungs-Exponenten geschehen ist, nenne man hinführo eine *stetige* Eintheilung. Hingegen eine Eintheilung, wo dieses nicht Statt findet, sondern wo die Theilung bald nach einem gröfsern bald nach einem kleinern Theilungs-Exponenten, willkührlich oder nach einer gewissen bestimmten abwechselnden Folge geschehen seyn kann, wie z. B. die angeführten Gröfsen in §. 3. und dergl. mehr bekannte, eine *unstetige* Eintheilung.

§. 10.

Es werden daher alle mögliche Gröfsen in Hinsicht der bey ihnen angenommenen und festgesetzten Eintheilung in zwey Theile oder Klassen

sich theilen lassen, und zwar: 1) *in Gröſsen von einer stetigen Eintheilung*, und 2) *in Gröſsen von einer unstetigen Eintheilung.*

Die Untersuchung und Lehre nun, in wiefern diese Gröſsen einer Vermehrung oder Verminderung, und was für einer Vermehrung oder Verminderung sie fähig sind, oder welche von den bekannten Rechnungen sich an ihnen anwenden lassen, zerfällt in zwey Abtheilungen, nämlich:

1) *in die möglichen Rechnungen mit Gröſsen von einer stetigen Eintheilung.*

Hier finden alle die bekannten gewöhnlichen Rechnungen Statt, die 1) in der gewöhnlichen Arithmetik, der Dekadik, der niedern Analyse und 2) in der höhern Analyse vorzukommen pflegen, und die zeithero bloſs auf die Dekadik allein angewendet wurden.

2) *in die möglichen Rechnungen mit Gröſsen von einer unstetigen Eintheilung.*

Die hier anwendbaren Rechnungen schränken sich bloſs auf das Addiren, Subtrahiren, Multipliciren, Dividiren, Potenziren und Extrahiren ein und beruhen hauptsächlich auf combinatorische Analytik.

Eine dritte Art von Rechnung mit Gröſsen, die von ungleicher Art und Eintheilung sind, wäre die Verhältniſs-Rechnung, sie ist eine bloſse Anwendung der combinatorischen Analytik.

Weil aber nur die von der ersten Abtheilung am häufigsten im gemeinen Leben vorzukommen pflegen und vom gröſsten Umfange sind, so habe ich sie zuerst ausgearbeitet, sie folgen hier nun gleich. Die der andern werden dann entweder nachfolgen, oder ich werde sie vielleicht bey einer andern Gelegenheit bekannt machen.

VON

DEN RECHNUNGEN MIT GRÖSSEN

VON STETIGER EINTHEILUNG

NACH JEDWEDER EINTHEILUNG SELBST.

DES ERSTEN THEILS ERSTE ABTHEILUNG.

I. KAPITEL.

Von der Addition gleichartiger Gröſsen von stetiger Eintheilung nach jedweder Eintheilung selbst.

§. 1.

Sollen zwey oder mehrere gleichartige oder homogene Gröſsen von stetiger Eintheilung und bey gegebenen gemeinschaftlichen Theilungs-Exponenten zu einander addirt werden, so setze man die Glieder oder deren Einheiten von gleichem Grade unter und über einander, die Einheiten von höhern Graden linker Hand und die von niedern rechter Hand, nach der festgesetzten Gradenfolge. Ferner schreibe man den Theilungs-Exponenten oben über die erste zu addirende Gröſse und unter die unterste Gröſse ziehe man einen geraden Strich. Nun addire man zuerst rechter Hand die über einander stehenden Einheiten vom niedrigsten Grade nach den Regeln der Dekadik und schreibe ihre Summe gerade unter diese Reihe unter den Strich, eben so addire man auch die Reihe Einheiten vom nächst folgenden Grade gleichfalls zusammen, und setze die Summe gerade unter sie unter den Strich linker Hand an die nächst niedern Grade und trenne sie bloſs von diesen entweder durch einen geraden Strich oder durch ein Komma. Und auf diese Weise fahre man in der Ordnung linker Hand fort mit den übrigen Reihen, und scheide eine jede Summe durch einen Strich oder durch ein Komma von einander ab.

§. 2.

Sind alsdenn auf diese Art nun alle Einheiten rechter Hand vom niedrigsten bis linker Hand zum höchsten Grade von jedem Grade ein-

zeln addirt und die Summen unter den Strich gesetzt worden; so sehe man zu, ob die Menge von Einheiten vom niedrigsten Grade rechter Hand gröſser sey als die, woraus der Theilungs-Exponent besteht; ist dieses, so dividire man nach den dekadischen Regeln mit dieser in jene, des Quotienten letzte Ziffer nun rechter Hand setze man unter die letzte rechter Hand der Einheiten vom nächst höhern Grade und die übrigen nach der Linken hin, diese und die darüber stehenden Einheiten addire man zusammen. Die Einheiten, die zum Rest bleiben und kleiner als der Theilungs-Exponent seyn müssen, sind Einheiten von diesem niedrigsten Grade; man setze sie in einiger Entfernung darunter. Eben so sehe man zu, ob nicht in den eben zusammenaddirten Einheiten vom nächst höhern Grade, der Theilungs-Exponent ein oder mehrere Male enthalten sey; des Quotienten Einheiten sind Einheiten vom nächst höhern Grade, man setze sie unter diese, die zum Rest bleibenden Einheiten sind und bleiben Einheiten desselben Grades, man schreibe sie in einiger Entfernung darunter. Dieses thue man auch auf gleiche Weise bey den übrigen Graden der Summe, bis endlich linker Hand Einheiten von einem Grade, der höher ist als alle folgende Grade, herauskommen, die nicht so groſs als der Theilungs-Exponent selbst sind. Dieses alles nun würde die reine Summe aller addirten Gröſsen geben.

Es sey erstlich auf eine allgemeine Art.

I) $A = a\alpha^5 + b\alpha^4 + c\alpha^3 + d\alpha^2 + e\alpha^1 + m\alpha^0$

$B = f\alpha^5 + g\alpha^4 + h\alpha^3 + i\alpha^2 + k\alpha^1 + n\alpha^0$

$C = \quad\quad\quad o\alpha^3 + p\alpha^2 + q\alpha^1 + s\alpha^0$

$$A + B + C = S = (a+f)\alpha^5 + (b+g)\alpha^4 + (c+h+o)\alpha^3 + (d+i+p)\alpha^2 + (e+k+q)\alpha^1 + (m+n+s)\alpha^0$$

II) $D = m\beta^0 + n\beta^1 + o\beta^{II} + p\beta^{III}$

$E = q\beta^0 + s\beta^1$

$F = \quad\quad + t\beta^1 + u\beta^{II} + w\beta^{III}$

$$D + E + F = N = (m+q)\beta^0 + (n+s+t)\beta^1 + (o+u)\beta^{II} + (p+w)\beta^{III}$$

Bey folgendem sind die Einheiten der Glieder aber nicht der Theilungs-Exponent durch Zahlen bestimmt:

a)

$$\begin{aligned} G &= 7\gamma^3 + 9\gamma^2 + 8\gamma^I + 2\gamma^0 \\ H &= 8\gamma^4 + 3\gamma^3 + 4\gamma^2 + 5\gamma^I + 3\gamma^0 \\ I &= 4\gamma^4 + 2\gamma^3 + 6\gamma^2 + 9\gamma^I + 2\gamma^0 \\ K &= 9\gamma^4 + 1\gamma^3 + 3\gamma^2 + 2\gamma^I + 4\gamma^0 \\ \hline S &= 21\gamma^4 + 13\gamma^3 + 22\gamma^2 + 24\gamma^I + 11\gamma^0 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & 8\mu^I + 4\mu^{II} + 3\mu^{III} \\ & 3\mu^I + 2\mu^{II} + 5\mu^{III} \\ & 3\mu^I + 5\mu^{II} + 8\mu^{III} \\ & 2\mu^I + 2\mu^{II} + 3\mu^{III} \\ \hline & 16\mu^I + 13\mu^{II} + 19\mu^{III} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{array}{rccccc} & & & (\delta) & & \\ M = & 3 & 4 & 6 & 8 & 5 \\ N = & 2 & 3 & 4 & 6 & 7 \\ O = & 8 & 9 & 4 & 3 & 2 \\ \hline & & & (\delta) & & \\ S = & 13 & 16 & 14 & 17 & 14 \end{array}$$

Es sey nun hier $\delta = 10$ so ist

$$\begin{array}{rccccc} S = & 13 & 16 & 14 & 17 & \chi 4 \\ & 1 & 1 & 1 & 1 & \\ \hline & \chi 4 & \chi 7 & \chi 8 & \chi 8 & \end{array}$$

$$= 1\,4\,7\,5\,8\,4$$

$$= 147584$$

Das nämliche wird man auch erhalten, wenn man obige Glieder an einander setzt, weil sie jetzt wie dekadische Zahlen oder Gröfsen zu betrachten sind, und sie wie gewöhnlich blofs nach der Dekadik so addirt.

$$\begin{aligned} M &= 34685 \\ N &= 23467 \\ O &= 89432 \\ \hline S &= 147584 \end{aligned}$$

Ein Beweis, dafs das allgemeine hier gezeigte Verfahren richtig sey.

a)
(16)
03,04,06,08,12,15,13
02,14,09,10,08,11,02
09,05,07,13,09,07,15
14,23,22,31,29,33,3Ø
1 1 2 1 2 1
1Ø,24,24,32,31,34

(16)
15,08,08,00,15,02,14

e)
(36)
32+13+28+35
19+17+33+16
20+09+07+01
13+16+19+30
84+55+87+82
1 2 2
85 87 89

(36)
2+13+21+17+10

e)
(12)
3,05,06,08,09,11,03
02,04,07,09,08,10
02,03,04,05,06
01,03,05,07
09,11,01
03,07,12,19,34,40,27
1 1 3 3 2
08,13,22,37,42

(12)
03,08,01,10,01,06,03

b)
(20)
13,14,12,18,19,08
12,09,07,05,03,12
16,10,17,11,17,08
19,17,19,10,13,15
14,16,19,02
07,03,02,09,12
60,57,72,62,80,57
3 3 3 4
63,60,75,66,82

(20)
03,03,00,15,06,02,17

d)
(12)
07,08,11,07,09,05
03,07,03,04,02,07
04,05,09,00,08,09
06,03,00,08,03,07
20,23,23,19,22,28
2 2 1 2 2
22,25,24,21,24

(12)
01,10,01,00,09,00,04

f)
(6) (12)
6 Tois. 4I + 8II + 6III + 4IV + 9V
9 - 3I + 8II + 4III + 10IV + 11V
6 - 5I + 2II + 3III + 9IV + 8V
5 - 2 + 8II + 7III + 10IV + 3V
26 Tois. + 14I + 26II + 20III + 33IV + 31V
2 2 1 2 2
28 Tois. 16I 27II 22III 33IV

(6) (12)
28 Tois. + 4I + 3II + 10III + 11IV + 7V

g)

(60)

A = 27,51,40, 29,48
B = 18,18,30, 36,12
C = 12,21,24, 54,00

S = 57,90,94,119,ØØ
1 1 2 1

58,9 ,96,120

(60)

= 58,31,36,00,00

h)

(60)

30,22,28, 29, 48, 13
29,28,30, 57, 17, 29
21,17,12, 08, 03, 05
05,06,07, 13, 27, 53
53,04,03, 19, 18, 33

138,77,80,126,113,ϰ33
1 1 2 1 2

ϰ39,ϟ8,8ϗ,ϰϗϟ,ϰϰ5

(60)

02,19,18,22,07,55,13

Anmerk. Sehr falsch benennen einige Mathematiker diese Art Eintheilung das *Sexagesimal-System*, es ist ja eigentlich nur eine *Sexagesimal-Eintheilung* nach dem *Decimal-System*: denn wäre es ersteres, so könnte man dasjenige auch ein Sexagesimal-System nennen, was nach dem, was 60 in der Nonadik oder Octadik und dergl. für Werthe enthält, geschähe. Wenn wir nemlich die Werthe dieser beyden so stehenden Ziffern 60 in einer Arithmetik, wie in der andern, mit gleichen Namen benennen wollen. Da aber 60 in der Nonadik nur 54 in der Dekadik, und 60 in der Octadik nur 48 in der Dekadik ist; so würde man etwas ganz Verschiedenes, und unendlich viele Sexagesimal-Systeme erhalten. Dieses darf aber nicht seyn, nach dem, was eigentlich darunter gedacht wird. — Denn man würde ein Sexagesimal-System bekommen, wenn man wie bey der Dekadik zehnerley Ziffern oder Zeichen sind, hier sechzigerley Ziffern, d. i. so viel Ziffern als die Zahl Sechzig nach der Dekadik Einheiten hat, gebrauchte. Doch dieses liefs sich auch auf Nonadik, Octadik und dergl. anwenden, folglich hängt dieser Begriff einzig und allein von der Benennung und von dem ab, was und wie viel Einheiten man sich unter Sexagesima denkt, und dafs man dann so viel verschiedene Ziffern als die gedachte Menge Einheiten es bestimmt, entwirft. Dieses gilt auch, wenn man *Duodecimal-* und *Quinquagesimal-System* und dergleichen sagen wollte..

II. KAPITEL.

Von der Subtraction gleichartiger Gröſsen von stetiger Eintheilung, nach derselben Eintheilung selbst.

§. 1.

Wenn gleichartige Gröſsen von stetiger Eintheilung, deren gemeinschaftlicher Theilungs-Exponent bestimmt ist, von einander subtrahirt werden sollen, so schreibe man oben über die in ununterbrochener Graden-Folge auf einander folgenden Glieder des Diminuendus den Eintheilungs-Exponenten in Klammern eingeschlossen, und unter den Diminuendus den Diminutor, so daſs die Glieder von gleichem Grade von beyden unter und über einander stehen. Man fange hierauf an von der Rechten gegen die Linke zu zu subtrahiren, beobachte sonst die bekannten Regeln beym Subtrahiren, und im Fall das Glied im Diminutor mehr Einheiten enthalten sollte, als das darüber stehende Glied von gleichem Grade im Diminuendus, so nehme und borge man eine Einheit von dem Gliede des nächst höhern Grades in demselben, welche so viel Einheiten des erstern des vom niedern Grade giebt, als der Theilungs-Exponent Einheiten enthält. Man subtrahire nun die Menge Einheiten im Gliede des Diminutors davon, zum Rest addire man die darüber stehende Menge Einheiten des Gliedes im Diminuendus, welches die Differenz giebt; nun darf man aber nicht vergessen, eine Einheit mehr von der Menge Einheiten im Gliede vom nächst höhern Grade des Diminuendus als das vom nemlichen Grade im Diminutor hat, abzuziehen, weil sonst da eine Einheit zu viel bleiben würde.

In nächstfolgenden Exempeln sey erst die Subtraction auf eine allgemeine Art zu verrichten.

I) Diminuendus $a\alpha^4 + b\alpha^3 + c\alpha^2 + e\alpha^1 + o\alpha^0$

Diminutor $h\alpha^4 + q\alpha^3 + d\alpha^2 + n\alpha^1 + m\alpha^0$

$(a-h)\alpha^4 + (b-q)\alpha^3 + (c-d)\alpha^2 + (e-n)\alpha^1 + (o-m)\alpha^0$

II) $\begin{array}{l} N + m\psi^{I} + n\psi^{II} + o\psi^{III} + r\psi^{IV} + o\psi^{V} \\ a + o\psi^{I} + p\psi^{II} + q\psi^{III} + h\psi^{IV} + k\psi^{V} \\ \hline N - a + m\psi^{I} + (n-p)\psi^{II} - q\psi^{III} + r + h\psi^{IV} - k\psi^{V} \end{array}$

III) $\begin{array}{l} N\alpha^{I} + (m+h)\alpha^{II} + (p+g)\alpha^{III} + (q+f)\alpha^{IV} + (r+e)\alpha^{V} \\ \text{Subtr. } K\alpha^{I} + h\alpha^{II} + g\alpha^{III} + f\alpha^{IV} + e\alpha^{V} \\ \hline N - K\alpha^{I} + m\alpha^{II} + p\alpha^{III} + q\alpha^{IV} + r\alpha^{V} \end{array}$

$$\begin{array}{rcl} & & \overset{(\beta)}{\overline{}} \\ A & = & 8+8+7+6+3+4 \\ B & = & 4+3+4+5+2+3 \\ \hline & & \overset{(\beta)}{\overline{}} \\ A-B=D= & & 4+5+3+1+1+1 \end{array}$$

Nun sey $\beta = 10$ so ist D

$= 4,5,3,1,1,1. = 453111$

$= 4;53111$

Ein gleiches Resultat wird man erhalten, wenn man A und B nun als dekadische Zahlen betrachtet und sie wie gewöhnlich subtrahirt.

887634
434523
453111 Dieser Rest ist nun dem vorigen gleich, das hier gezeigte allgemeine Verfahren muſs also wohl seine Richtigkeit haben.

§. 2.

$$\begin{array}{rcl} \overset{10}{\overline{}} & & \\ 8+3+2+4+6+5 & = & 832465 \\ 3+2+5+2+7+3 & = & 325273 \\ \hline \overset{10}{\overline{}} & & \\ 5+0+7+1+9+2 & = & 507192 \\ a\ \ b\ \ c\ \ d+e & & \end{array}$$

Hier bey diesem Exempel soll im 5ten Gliede von der Linken gezählt, oder im Gliede vom d Grade von 6 im Diminuendus die 7 im Diminutor abgezogen werden, 6 ist aber kleiner und reicht nicht zu, davon

die 7 abziehen zu können. Man mufs also eine Einheit des Gliedes vom höhern Grade oder vom c Grade im Diminuendus nehmen, welches hier 10 Einheiten des Gliedes vom d Grade ausmachen, und hiervon die 7 abziehen; so bleibt 3, zu diesem Rest die 6 im Diminuendus in Gedanken addiren; so ist die Summe 9 der ganze Rest von d Grade. Nun schreite man zum 4ten Gliede oder zum Gliede vom c Grade, hier soll die 2 im Diminutor von der 4 im Diminuendus abgezogen werden, und der Rest wäre 2; es ist aber schon 1 von der 4 zum Gliede vom vorigen Grade gezogen worden; folglich sind in dem Diminuendus nur noch 3, anstatt 4 Einheiten, und es bleiben also zum wahren Rest nicht 2, sondern 1 Einheit vom c Grade. Das nämliche kommt auch bey diesem Exempel im 3ten Gliede, oder im Gliede vom b Grade und im zweyten oder in dem vom a Grade, vor. Ich bin mit Fleifs hier so weitläuftig gewesen, damit, wenn bey andern Eintheilungen das nämliche vorfallen sollte, man sich zu helfen wisse.

§. 3.

Wären aber z. B. in dem Gliede vom nächst höhern Grade gar keine Einheiten vorhanden, so mufs man zu dem vom noch nächst höhern Grade gehen und zusehen: ob hier nicht Einheiten vorhanden sind, befänden sich da auch keine, so gehet man so weit zu Gliedern von immer höhern und höhern Graden, bis man Einheiten in einem Gliede von irgend einem Grade antrifft, da man denn eine nimmt oder borgt. Diese wäre nun zum Beyspiel vom a Grade, die alsdenn $=\beta$ Einheiten vom b Grade giebt, wenn der Theilungs-Exponent $=\beta$ ist. Hiervon nehme man wiederum eine Einheit, um Einheiten des nächst niedern Grades zu erhalten; und also bleiben $\beta - 1$ Einheiten im b Grade, die von diesen genommene Einheit giebt β Einheiten vom c Grade, hiervon wieder eine genommen, bleiben $\beta - 1$ Einheiten im c Grade und diese abgenommene Einheit macht nun β Einheiten vom d Grade und so immer weiter.

Das Glied von diesem d Grade sey nun z. B. das Glied, wovon zuerst abgezogen werden sollte; wo aber entweder die im Diminuendus

stehenden Einheiten nicht zureichten, um die des Diminutors abziehen zu können, oder wo gar keine vorhanden waren; so ziehe man, wie oben gesagt worden ist, die darunter stehenden Einheiten ab, und addire zum Rest die darüber stehenden Einheiten des Diminuendus; so ist die Summe der volle und wahre Rest von diesem Grade. Man fahre nun fort bey allen Gliedern von den folgenden Graden zu subtrahiren, merke sich aber: dafs in den Gliedern, wo erst im Diminuendus keine Einheiten vorhanden waren, nun $\beta - 1$ Einheiten in einem jeden davon enthalten sind, davon man die jedesmaligen darunter stehenden Einheiten des Diminutors abziehen mufs. Z. B.

Es sey $\beta = 10$

	a	b	c	d	
	8	7	0	0	6 = 87006
	4	3	8	5	8 = 43858.
	a	b	c	d	
	4	3	1	4	8 = 43148

(16)	(20)	(36)
a) 13,15,09,08,05,03	*b*) 17,13,14,10,13,16	*c*) 20,30,25,15,10,35
Subtr. 07,06,10,11,12,14	Subtr. 03,19,02,07,08,05	Subtr. 08,20,27,18,30,17
(16)	(20)	(36)
06,08,14,12,08,05	13,14,12,03,05,11	12,09,33,32,16,18

(12)	(12)	(12)
d) 8,06,07,09,10	*e*) 10,06,03,05,07	*f*) 10,00,00,00,00
3,03,04,06,05	03,07,03,03,09	3,06,09,10,04
(12)	(12)	(12)
5,03,03,03,05	6,11,00,01,10	Probe man add. 6,05,02,01,08 3,06,09,10,04
		9,11,11,11,12
		1 1 1 1
		12 12 12
(60)	(60)	(12)
g) 30,27,38,56,48	*h*) 69°,00′,54″,00‴,36⁴ᵛ	10,00,00,00,00
18,18,24,42,32	45°,42′,00″,57‴,09⁴ᵛ	
(60)	(60)	
12,09,14,14,16	23°,18′,53″,03‴,27⁴ᵛ	

	(288)		(400)
i)	138,240,050,180,017,199	k)	340,120,177,123,399
	117,216,232,130,170,133		230,349,288,155,133
	(288)		(400)
	21,023,106,049,135,066		110,170,288,368,266.

III. KAPITEL.

Von der Multiplikation gleichartiger Gröfsen von stetiger Eintheilung nach derselben Eintheilung selbst.

§. 1.

Wenn gleichartige Gröfsen von stetiger Eintheilung mit einander multiplicirt werden sollen, so schreibe man die Glieder des einen Faktors, in ununterbrochener Graden-Folge, oben hin, unter das Glied vom niedrigsten Grade desselben, das Glied vom niedrigsten Grade des andern Faktors und die höhern linker Hand hin, unter die des erstern Faktors.

Nun multiplicire man nach der Dekadik die Einheiten des letzten Gliedes des Multiplikators rechter Hand mit denen von jedem Gliede im Multiplikandus und setze das Produkt aus den letztern Gliedern, rechter Hand, der beyden Faktoren unter diese Glieder unter den horizontalen Strich: das Produkt aus dem Gliede vom letzten Grade im Multiplikator und dem vom vorletzten im Multiplikandus, linker Hand, an das vorige unter das vom vorletzten Grade des Multiplikators und so die übrigen nach der Reihe folgend nach und nach daran, bis man alle Glieder des Multiplikandus mit dem letzten Gliede, linker Hand, des Multiplikators multiplicirt und die einzeln erhaltenen Produkte hingeschrieben hat, welche man aber durch ein jedesmal zwischen zweyen daran gesetztes Komma oder durch einen senkrechten Strich von einander trennt.

Wenn dieses geschehen ist, multiplicire man auf gleiche Weise mit dem zweyten Gliede, von der rechten Hand, des Multiplikators den

ganzen Multiplikandus und schreibe das Produkt unter das zweyte der vorigen Reihe, und so die übrigen nach und nach linker Hand daran; das Produkt aus den Einheiten des dritten Gliedes, von der Rechten gezählt, des Multiplikators und den Einheiten des ersten Gliedes, rechter Hand, des Multiplikandus schreibe man eins zurück unter das zweyte Produkt der vorhergehenden der zweyten Reihe, oder was einerley ist, unter das dritte Produkt der ersten Reihe und so die übrigen nach und nach daran. Auf ähnliche und gleiche Weise verfahre man auch bey den übrigen Gliedern des Multiplikators, und setze alle Mal das erste Produkt einer neuen Reihe unter das zweyte der nächst vorhergehenden, bis man alle Glieder des einen Faktors mit allen und jeden Gliedern des andern Faktors multiplicirt hat.

Die erhaltenen neben einander stehenden Produkte unterscheide man aber durch einen darzwischen gesetzten Strich oder Komma. Durch dieses Verfahren werden bey solchen Gröſsen von stetiger Eintheilung alle Produkte, so von gleichem Grade sind, in einer Kolumne über und unter einander zu stehen kommen. Man wird auch so viele Kolumnen erhalten, als die Glieder in den beyden Faktoren zusammen weniger 1 ausmachen; ebenfalls werden auch die Produkte nach ihren Graden in ununterbrochener Folge nach und neben einander stehen. Man addire nach Kapitel I. die erhaltenen, neben und über einander stehenden einzelnen Produkte zusammen, woraus das ganze Faktum entsteht.

In folgenden Exempeln verrichte man erst die Multiplikation im Allgemeinen:

I) $r + s\,\phi^{I} + t\,\phi^{II} + v\,\phi^{III} + w\,\phi^{IV}$

$x\,\phi^{III} + y\,\phi^{IV} + z\,\phi^{V}$

$rz\,\phi^{V} + sz\,\phi^{VI} + tz\,\phi^{VII} + vz\,\phi^{IIX} + w\,\phi^{IX}$

$ry\,\phi^{IV} + sy\,\phi^{V} + ty\,\phi^{VI} + vz\,\phi^{VII} + wz\,\phi^{IIX}$

$rx\,\phi^{III} + sx\,\phi^{IV} + tx\,\phi^{V} + vx\,\phi^{VI} + wy\,\phi^{VII}$

$rx\,\phi^{III} + (ry + sx)\,\phi^{IV} + (rz + sy + tx)\,\phi^{V} + (sz + ty + vx)\,\phi^{VI}$

$+ (tz + vz + wy)\,\phi^{VII} + (vz + wz)\,\phi^{IIX} + w\,\phi^{IX}$

$$\begin{array}{r}
a\beta^4 + b\beta^3 + c\beta^2 + d\beta^1 + e\beta^0 \\
\hline
m\beta^2 + n\beta^1 \\
\hline
na\beta^5 + nb\beta^4 + nc\beta^3 + nd\beta^2 + ne\beta^1 \\
ma\beta^6 + mb\beta^5 + mc\beta^4 + md\beta^3 + me\beta^2 \\
\hline
ma\beta^6 + (mb + na)\beta^5 + (nb + mc)\beta^4 + (nb + md)\beta^3 \\
+ (nd + mc)\beta^2 + nc\beta^1
\end{array}$$

Bey folgenden Beyspielen sind die Anzahl der Einheiten bey allen Gliedern von jedem Grade in Zahlen bestimmt, aber der Theilungs-Exponent noch nicht.

(α)

2+ 3+ 5+ 6+ 8
4+ 9+ 7+ 4+ 6

12+ 18+ 30+36+48
8+ 12+ 20+ 24+32
14+21+ 35+ 42+ 56
18+27+45+ 54+ 72
8+12+20+24+ 32

(α)

8+30+61+98+145+152+110+68+48

(β)

8, 3, 4, 6, 9 = A
7, 3, 4, 6, 8 = B

64, 24, 32, 48, 72
48, 18, 24, 36, 54
32, 12, 16, 24, 36
24, 09, 12, 18, 27
56, 21, 28, 42, 63

(β)

56, 45, 69, 114, 179, 99, 104, 102, 72 = AB

Nun sey $\beta = 10$, so ist

(10)

AB = 56, 45, 69, 114, 179, 99, 104, 102, 72
= 6132300492

(γ)

3† 7† 5† 4
4† 2† 15

15† 35† 25† 20
6† 14† 10† 08
12† 28† 20† 20

12† 34† 49† 65† 33† 20
5† 3† 9

108†306†441†585†297†180
36†102†147†195† 99†060
60†170†245†325†165†100

(γ)

60†206†455†778†801†784†357†180

Ein gleiches Produkt wird man erhalten, wenn man nun A und B als blofse dekadische Zahlen betrachtet, und sie nach gewöhnlicher Weise mit einander multiplicirt.

83469
73468
667752
500814
333876
250407
584283
6132300492

Dieses mag zum Beweis der Richtigkeit des allgemeinen Verfahrens dienen.

(12)

I) A = 3+ 4+ 9+10
B = 4+ 2+ 6+08

24+ 32+ 72+80
18+ 24+ 54+ 60
6+08+ 18+ 20
12+16+36+ 40

12+22+62+106+106+132+80

2 5 9 9 11 6

(12)

1+ 2+ 3+11+ 7+ 9+ 6+ 8 Factum.

§. 2.

Wollte man dergleichen Gröfsen wie obige nach dem bis jetzt von so vielen gelehrten und gebräuchlichen Wege mit einander multipliciren, so müfste man erst alle Glieder unter einerley Namen bringen oder erst alles solviren, auflösen; oder alles auf Einheiten des Gliedes vom niedrigsten Grade bringen, und das ganze Faktum hernach wieder, nach und nach, so oft mit 12 als den Theilungs-Exponenten dividiren, bis nichts mehr

vorhanden wäre, worin dieser hier 12 aufging, wodurch man zwar das nämliche erhält, aber viel länger zubringt.

z. B.

3^{I}	3^{I}	4^{I} 4^{I}
12		12
36^{II}		48
4 + 4^{II}		2 + 2^{II}
40^{II}		50
12		12
80		100
409 + 9^{III}		506 + 6^{III}
489^{III}		606^{III}
12		12
978		1212
489		6068 + 8^{IV}
10 + 10^{IV}		7280^{IV}
5878^{IV}		
7280^{IV}		
$47024o^{VIII}$		
11756		
41146		
$4279184o^{VIII}$		8^{VIII}
12: 3565986		6^{VII}
297165		9^{VI}
24763		7^{V}
2063		11^{IV}
171		3^{III}
14		2^{II}
1^{I}		

$1^{I} + 2^{II} + 3^{III} + 11^{IV} + 7^{V} + 9^{VI} + 6^{VII} + 8^{VIII}$

II. Exempel. $(6^{I}+7^{II}+8^{III}+9^{IV})\cdot(5^{I}+3^{II}+4^{III}+5^{IV})\cdot$
$(2^{I}+3^{II}+5^{III}+8^{IV})\cdot(8^{I}+6^{II})$.

Hierbey ist der Theilungs-Exponent 12

$6^{I}+7^{II}+8^{III}+9^{IV}$
$5^{I}+3^{II}+4^{III}+5^{IV}$

$30+35+40+45^{VIII}$
$24+28+32+36$
$18+21+24+27$
$30+35+40+45$

$30^{II}+53+85+127+94+76+48^{VIII}$
$\frac{5}{38}\quad\frac{8}{61}\quad\frac{11}{96}\quad\frac{8}{135}\quad\frac{6}{100}\quad\frac{3}{79}$

$2^{I}+11^{II}+1+0+3+4+7+9^{VIII}$
$2^{I}+3^{II}+5+8^{IV}$

$16+88+8+0+24+32+56+72^{XII}$
$10+55+05+0+15+20+35+45$
$6+33+03+00+9+12+21+27$
$4^{II}+22+02+00+06+8+14+18$

$4^{II}+28+45+74+99+25+41+83+94+101+72^{XII}$
$\frac{2}{32}\quad\frac{4}{81}\quad\frac{6}{81}\quad\frac{8}{82}\quad\frac{2}{101}\quad\frac{4}{29}\quad\frac{7}{48}\quad\frac{8}{91}\quad\frac{8}{102}\quad\frac{6}{107}$

$6^{II}+8+3+10+5+5+0+7+6+11+0^{XII}$
$8+6^{II}$

$36^{IV}+48+18+60+30+30+0+42+36+66+0$
$48^{III}+64+24+80+40+40+0+56+48+88+0$

$48+100+72+98+100+70+30+56+90+124+66+0^{XIV}$
$\frac{8}{56}\quad\frac{6}{106}\quad\frac{8}{80}\quad\frac{8}{106}\quad\frac{6}{106}\quad\frac{2}{72}\quad\frac{5}{38}\quad\frac{8}{64}\quad\frac{10}{100}\quad\frac{5}{129}$

$4^{II}+8^{III}+10^{IV}+8^{V}+10^{VI}+10^{VII}+0^{IIX}+11^{IX}+4^{X}+4^{XI}+9^{XII}+6^{XIII}+0^{XIV}$ Faktum.

III) $4^{I} + 2^{II} + 3^{III} + 5^{IV}$
$3^{I} + 0^{II} + 0^{III} + 0^{IV} + 8^{V}$

$12^{II} + 6^{III} + 9^{IV} + 15^{V} + 32^{VI} + 16^{VII} + 24^{IIX} + 40^{IX}$

1 2 1 2 3

$1^{I} + 0^{II} + 6^{III} + 10^{IV} + 5^{V} + 9^{VI} + 6^{VII} + 3^{IIX} + 4^{IX}$ Faktum

IV) $6^{I} - 7^{II} - 3^{III} + 6^{IV}$
$4^{I} + 2^{II} - 6^{III} - 9^{IV}$

$-54^{V} + 63^{VI} + 27^{VII} - 54^{IIX}$
$-36 + 42 + 18 - 36$
$+12 - 14 - 6 + 12$
$24^{II} - 28 - 12 + 24$

$24^{II} - 16^{III} - 62^{IV} + 6^{V} + 93^{VI} - 9^{VII} - 54^{IIX}$
$-1 - 5 + 1 + 7 - 1 - 4$

$1^{I} + 11^{II} - 9^{III} - 01^{IV} + 01^{V} + 8^{VI} - 01^{VII} - 6^{IIX}$
$= 1^{I} + 10^{II} + 2^{III} + 11^{IV} + 01^{V} + 7^{VI} + 10^{VII} + 6^{IIX}$

§. 3.

Wenn etwa bey den gegebenen benannten Grösen auser den Fusen, Zollen und dergl. noch Toisen oder Klaftern, oder Lachtern, oder Faden, oder Ruthen gegeben wären, und eine Einheit von diesen nicht eben keine 12 Fus ausmachen; so verwandele man sie in Fuse, multiplicire nun alle Faktoren mit einander, wie bereits ist gezeigt worden und addire dann alle Produkte von gleichem Grade zusammen, ziehe die in den Gliedern vom niedern Grade enthaltenen Einheiten, derjenigen von den nächst höhern Graden aus und addire sie zu diesen, bis zum ersten Gliede, wo man wendet.

Weil hier der Theilungs - Exponent zwischen zwey unmittelbar auf einander folgenden Gliedern nur ein einziges Mal einen andern

Werth erhält und die Eintheilung von der Regel abweicht, auch dieses eben im Anfange ist; so kann man reduciren und nach dieser Art Multiplikation verfahren. Es wird aber auch in der Multiplikation bey den Gröfsen von der zweyten Ordnung gezeigt werden, wie man dieselben gleich multiplicirt, ohne erst zu verwandeln oder zu reduciren. Z. B.

a) 8 Tois. + 3' + 6'' = 51' + 6''
10 Tois. + 5' + 8'' = 65' + 8''

408 +48'''
255 +390
3060

3315'' +798''' +48''
66 4

93 3381'' 802
93 Tois. 5' + 3'' + 10''' + 0''''

Jeder Leser wird es sogleich finden, dafs man nur diese 3381 mit 6 Mal 6 dividiren mufs, um die Toisen zu erhalten.

Z. B. mit Ruthen, wo eine Ruthe = 16 Fufs

b) 9°+4'+6''+9''' = 148' + 6'' + 9'''
5°+8'+4''+5''' = 88' + 4'' + 5'''

740'''' + 30''' +45''''
1184'' + 592''' + 24''' + 36''
11840'' + 528''' + 792''''

13024'' +1120''' +1556'''' + 66''' +45''''
104 130 5 3

13128 12520 15561 663

13128'' + 2''' + 01'''' + 9''' + 9''''
3°+4' +8'' = 52° + 8''

26256 + 105024'''' + 16''' + 8'''' + 72''''' +72''''''
65640 104 52 468 468

682656''' + 105128'''' + 68''' + 476'''' +540''''' +72''''''

$682656^{III} + 105128^{IV} + 68^{V} + 476^{VI} + 540^{VII} + 72^{VIII}$

8761	8	43	45	6
691417^{III}	105136	XIX	52X	846^{VII}

$691417^{III} + 4^{IV} + 5^{V} + 5^{VI} + 6^{VII} + 0^{VIII}$

oder $168^{000} + 12^{001} + 13^{011} + 9^{III} + 4^{IV} + 5^{V} + 5^{VI} + 6^{VII} + 0^{VIII}$

Wenn z. B. 15 Fuss eine Ruthe sind

c) $8^{0} + 9^{I} + 6^{II} + 8^{III} = 129^{I} + 6^{II} + 8^{III}$

$3^{0} + 5^{I} + 8^{II} + 9^{III} = 50^{I} + 8^{II} + 9^{III}$

$1161 + 54 + 72^{VI}$

$1032 + 48 + 64$

$6450 + 300 + 400$

$6450^{II} + 1332^{III} + 1609^{IV} + 118^{V} + 72^{VI}$

122	134	10	6
6572^{II}	X466	X6X9	X24

$6572^{II} + 2^{III} + 11^{IV} + 4^{V} + 0^{VI}$

$2^{I} + 3^{II}$

$20716^{IV} + 6^{V} + 33^{VI} + 12^{VII} + 0^{VIII}$

$13144^{III} + 4 + 22 + 8 + 0$

$13144^{III} + 20720^{IV} + 28^{V} + 41^{VI} + X2^{VII} + 0^{VIII}$

1726	2	3	1
1487^{0III}	20722^{IV}	3X	42

66 99^{I}

$4^{000} + 6^{001} + 1^{011} + 5^{III} + 10^{IV} + 7^{V} + 6^{VI} + 0^{VII} + 0^{VIII}$

Folgende zwey Exempel sind nach der sogenannten Sexagesimal-Eintheilung.

V) $48^{I} + 50^{II} + 37^{III} + 25^{IV}$
$39^{I} + 40^{II} + 15^{III} + 12^{IV}$

96 + 100 + 74 + 50
480 + 500 +370 +250
240 + 250 + 185 +125
480 + 500 + 370 +250
1920 +2000 +1480 +1000
432 + 450 + 333 + 225
1440 +1500 +1110 + 750

$1872^{II} + 387^{0III} + 4163^{IV} + 3781^{V} + 2155^{VI} + 819^{VII} + 3\emptyset\emptyset^{VIII}$
65 70 63 36 13 5
1937 3940 4226 3817 2168 824

$32^{I} + 17^{II} + 40^{III} + 26^{IV} + 37^{V} + 08^{VI} + 44^{VII} + 00^{VIII}$

VI) $36^{I} + 56^{II} + 24^{III} + 45^{IV}$
$32^{III} + 28^{IV} + 48^{V}$

288 + 448 + 192 + 360^{IX}
1440 +2240 + 960 +1800
288 + 448 + 192 + 360
720 +1120 + 480 + 900
72 + 112 + 48 + 90
1080 +1680 + 720 +1350
1152 +2800 +4064 +4800 +2412 +2160^{IX}
47 69 80 40 36
1199 2869 4144 4840 2448

$19^{III} + 59^{IV} + 49^{V} + 04^{VI} + 40^{VII} + 48^{IIX} + 00^{IX}$

§. 4.

Man kann aber auch nach einer von dieser etwas verschiedenen Methode verfahren, wenn man dergleichen gleichartige Gröfsen von einer stetigen Eintheilung bey bestimmten Theilungs-Exponenten mit einander multipliciren will.

§. 5.

In mehrerer Hinsicht verfertige man sich überhaupt erstlich Produkten- oder sogenannte Ein Mal Eins-Tafeln, welche alle Produkte der Zahlen von 1 bis zu dem Produkte enthalten, das aus dem jedesmaligen Theilungs-Exponenten, ein Mal mit sich selbst multiplicirt, entstanden ist. Man erhält diese Produkte, wenn man eine jede Zahl von eins bis zu dem bestimmten Theilungs-Exponenten, nach und nach mit einer jeden von den andern Zahlen bis zum Theilungs-Exponenten und mit sich selbst multiplicirt, und die jedes Mal darin befindlichen nächst höhern Einheiten sucht, und solche davon abzieht; man findet nämlich solche, wenn man mit dem Theilungs-Exponenten in die Produkte dividirt; alsdann die erhaltenen höhern Einheiten von der übrig gebliebenen Menge niederer Einheiten, welche letztere kleiner als der Theilungs-Exponent seyn mufs, durch ein Komma absondert. Hierauf beschreibe man auf Papier, oder noch besser auf eine mit Papier überzogene dünne Pappe, einen Rektangel, theile jede Seite des Rektangels in so viel gleiche Theile, als der bestimmte Theilungs-Exponent plus 2 zusammen Einheiten ausmacht, ziehe mit der Basis und den andern Seiten durch die Theilungs-Punkte Parallel-Linien, woraus lauter kleine Rektangeln entstehen.

§. 6.

Man schreibe nun im dritten dieser Rektangeln, von der linken Hand an gezählt, der dritten horizontalen Reihe von oben, 1 und so die übrigen Zahlen bis zum Theilungs-Exponenten, wie sie in der gewöhnlichen Ordnung auf einander folgen, nach einander in dieser horizontalen Reihe hin; ebenfalls auch in derselben Ordnung, nach und nach unter einander in der perpendikularen Reihe oder Kolumne von Rektangeln, so dafs unter und neben der 1 die 2 zur nächst, und der Theilungs-Exponent, sowohl in der horizontalen als senkrechten Reihe von der 1 am äufsersten Ende steht. Unter die Zahl 2 nun setze man nach und nach die Produkte, welche aus ihr und allen übrigen Zahlen, welche senkrecht unter einander stehen, entstanden sind, so dafs z. B. dafs Produkt aus 2

und 11, das 22 ist, horizontal neben 11, und senkrecht unter 2 zu stehen komme; gleichfalls unter der Zahl 3, die aus 3 und allen andern Zahlen entstandenen Produkte, z. B. aus 3 und 15, das Produkt 75, horizontal neben 15, und senkrecht unter 3 stehe, so auch von 4, 5, 6 und allen andern Zahlen bis zum Theilungs-Exponenten. Man vergesse aber dabey nicht, die Einheiten vom nächst höhern Grade abzuziehen, und sie durch ein Komma vom Reste der vom niedern abgesondert, hinzuzuschreiben.

Hat man auf diese Weise alle Produkte aus einer Zahl mit allen andern perpendikular stehenden Zahlen unter die Zahl, der Ordnung nach in die Rektangeln geschrieben, so werden dadurch die Produkte aus einer Zahl mit allen bis zum Theilungs-Exponenten, nicht allein senkrecht unter derselben, sondern auch noch ein Mal wagerecht neben derselben Zahl, wo sie sich in der senkrechten Reihe befindet, stehen.

In der zweyten wagerechten Reihe setze man oben über einer jeden Zahl das Produkt, welches entstehet, wenn man eine jede Zahl ein Mal mit sich selbst multiplicirt, welches Produkt die zweyte Potenz, oder das Quadrat derselben Zahl genannt wird. Ferner neben einer jeden Zahl, wo solche perpendikular stehen, das Produkt, welches entstehet, wenn man erstlich eine Zahl mit sich selbst, und dieses Produkt nun noch ein Mal mit der Zahl selbst multiplicirt, welches die dritte Potenz, oder der Cubus derselben Zahl zu heifsen pflegt. Auf ähnliche Weise wird man sich zu helfen wissen, wenn man eine andere Ordnung annimmt, und etwa von der rechten Hand gegen die Linke zu, oder linker Hand von unten hinauf und nach der Rechten zu, oder auch rechter Hand von unten hinauf und nach der linken Hand zu, anfangen wollte. Doch das Ganze leuchtet deutlicher in die Augen durch No. 1 und 2 auf der beygefügten Tafel, wo bey No. 1, der Theilungs-Exponent 12, und bey No. 2, der Theilungs-Exponent 16 ist. Da aber die Produkte in einem Rektangel alle doppelt vorzukommen pflegen, und dieses nicht nöthig ist, so habe ich zur Ersparnifs des Platzes bey No. 3, 4 und 5 die eine Hälfte weggelassen. Bey No. 3 ist der Theilungs-Exponent 20; bey No. 4, 36;

bey No. 5, 60. Ich habe solche Produkten-Tafeln durch ein blofses Addiren und Subtrahiren sehr schnell und in wenig Zeit verfertigt.

§. 7.

Sollen nun dergleichen gleichartige Gröfsen, welche zwischen allen ihren Gliedern irgend einen von den Theilungs-Exponenten zu den ihrigen haben, nach denen man sich Produkten-Tafeln eingerichtet hat, mit einander multiplicirt werden, so suche man in diesen Tafeln nach und nach alle die Produkte aus einem Gliede des Multiplikators mit allen Gliedern des Multiplikandus, so auch aus allen den übrigen, und schreibe sie wie sie folgen hin; beobachte auch dabey die Haupt-Regeln des gewöhnlichen Multiplicirens. Nämlich man suche erstlich das Produkt aus dem letztern Gliede rechter Hand des Multiplikators und des Multiplikandus in der Produkten-Tafel, schreibe die Einheiten vom niedern Grade des Produkts gerade unter das letzte Glied rechter Hand vom Multiplikator, die Einheiten vom höhern Grade merke man sich im Kopfe, suche ferner darin das Produkt aus dem Gliede vom letzten Grade des Multiplikators und dem vom vorletzten Grade des Multiplikandus, zu den Einheiten vom niedern Grade dieses Produkts nun addire man die vorher im Sinne behaltenen Einheiten höhern Grads von dem vorigen Produkte, und so verfahre man durch das ganze Faktum. Wenn nun alles mit einander multiplicirt worden ist; so addire man die über einander stehenden Einheiten nach Kap. I., so vom gleichem Grade sind, und seyn müssen, zusammen. Aus folgenden Beyspielen ein Näheres.

(16)	(60)	(20)
5,06,07,08	05,06,07,09	04,08,14,12,16
04,05,07	05,12,10	12,00,07
02,05,13,04,08	51,01,11,30	01,11,01,02,09,12
01,11,00,05,08	01,01,13,25,48	02,13,04,15,13,12,00
01,05,09,14,00	25,30,35,45	02,13,06,06,14,14,09,12
01,07,07,04,02,12,08	26,32,40,11,59,30	

§. 8.

Doch wird sich nur der mehr Geübtere dieses Verfahrens oder dieser Methode bedienen können, Ungeübtere thun besser, wenn sie sich an das Vorige halten; auch selbst jener, wenn ihm Fälle mit solchen Gröfsen vorkommen sollten, wo die Theilungs-Exponenten sehr grofs sind, er auch eben keine Produkten-Tafeln darnach bey der Hand haben, weil solche Gröfsen vielleicht eben sehr wenig vorkommen, und er doch schnell darin rechnen soll. Hingegen werden die Produkten-Tafeln von viel mehr Nutzbarkeit bey der Division und bey dem Extrahiren seyn, wie in den folgenden Kapiteln gezeigt werden wird.

§. 9.

Wenn Gröfsen, zwey, drey, vier und mehrere Male genommen oder mit 2, 3, 4 u. s. w. vervielfältiget werden sollen, so vervielfältige man jedes Glied mit der Zahl, welche anzeigt, wieviel Mal sie genommen werden soll.

Z. B. $a + b\alpha + c\alpha^{II} + d\alpha^{III} + e\alpha^{IV}$ soll m Mal genommen werden folglich $ma + mb\alpha + mc\alpha^{II} + md\alpha^{III} + me\alpha^{IV}$; oder

$rx\psi^{III} + (sx + ry)\psi^{IV} + (tx + sy)\psi^{V} + (ty + vx)\psi^{VI} + vy\psi^{VII}$ soll m Mal genommen werden, also

$mrx\psi^{III} + (sx + ry)m\psi^{IV} + (tx + sy)m\psi^{V} + (ty + vx)m\psi^{VI} + vym\psi^{VII}$

oder $7 \times 1{,}00{,}06{,}09{,}08{,}10^{VI} = 7{,}00{,}42{,}63{,}56{,}70^{VI} = 7{,}03{,}11{,}08{,}01{,}10^{VI}$

oder $24^{II}, 40, 62, 48, 36^{VI} \times 9 = 216^{II}, 360^{III}, 558^{IV}, 432^{V}, 234^{VI}$
$= 20^{I}, 10^{II}, 01^{III}, 07^{IV}, 07^{V}, 06^{VI}$

IV. KAPITEL.

Von der Division der gleichartigen Gröſsen von stetiger Eintheilung, nach derselben Eintheilung selbst.

§. 1.

Wenn gleichartige Gröſsen von einer stetigen Eintheilung durch Gröſsen von derselben Art und stetiger Eintheilung dividirt werden sollen; so setze man das erste Glied linker Hand des Divisors, unter das erste Glied im Dividendus, daran rechter Hand das zweyte u. f., oder das vom nächst niedern Grade von jenem u. s. w., wenn nämlich die Einheiten der beyden ersten Glieder des Divisors zusammen kleiner sind, als die in den beyden erstern Gliedern des Dividendus; überhaupt, wenn alle Einheiten in den Gliedern des Divisors zusammen, wenigstens nur um eine Einheit, als alle darüber stehende Einheiten im Dividendus zusammen, kleiner sind. Auſserdem streiche man den Divisor aus, multiplicire die Einheiten des ersten Gliedes im Dividendus mit der Menge Einheiten des Theilungs-Exponenten, addire nun diese zu denen im andern Gliede, und rücke den ganzen Divisor um ein Glied rechter Hand fort, wodurch das erste Glied linker Hand des Divisors unter das vorige zweyte und nunmehrige erste Glied des Dividendus zu stehen kommt, dividire nun mit den Einheiten des ersten Gliedes linker Hand des Divisors in die darüber stehenden des Dividendus. Mit dem erhaltenen Quotienten, oder der erhaltenen Zahl, multiplicire man denn alle Glieder des Divisors, subtrahire das Produkt von den Einheiten der Glieder des Dividendus, (wenn es nicht zu groſs ist und man weniger nehmen muſs, oder wenn es nicht gar zu klein ist, daſs man den Divisor noch ein oder mehrere Male hätte nehmen können). Den rechten Quotienten nun schreibe man bey Seite.

Anmerk. Man ziehe aber, wenn es benannte Gröſsen sind, den Grad-Exponenten des ersten Gliedes des Divisors von dem Grad-Exponenten des darüber stehenden Gliedes des Dividendus ab, der Rest ist der Grad-Exponent des ersten erhaltenen Gliedes im Quotienten, welchen man zu diesem setzt.

Hierauf multiplicire man die etwa gerade unter dem ersten Gliede des Divisors übrig gebliebenen Einheiten im Dividendus mit der Menge Einheiten des Theilungs-Exponenten; addire die daher erhaltenen Einheiten dieses Produkts zu den Einheiten vom nächst niedern Grade. Unter diese setze man die Einheiten des ersten Gliedes linker Hand, des Divisors und die übrigen von den niedern Graden rechter Hand, nach und nach daran. Man dividire nun mit den Einheiten des ersten Gliedes linker Hand in die darüber stehenden Einheiten des Dividendus; was heraus kommt, ist der zweyte Theil des Quotienten, man schreibe ihn rechter Hand an den vorigen Theil. Damit multiplicire man nun den ganzen Divisor, das Produkt ziehe man von den in dem Dividendus stehenden Einheiten ab. Die nun jetzt etwa linker Hand unter dem ersten Gliede des Divisors im ersten Gliede des Restes stehenden Einheiten, welcher Rest überhaupt immer kleiner seyn muſs als der Divisor, multiplicire man ebenfalls mit der Menge Einheiten des Theilungs-Exponenten, und addire solche zu den Einheiten im zweyten Gliede des Restes: unter diese Summe setze man gleichfalls wieder die Einheiten des ersten Gliedes des Divisors und daran die übrigen, dividire wie vorhin mit dem ersteren Gliede in die darüber stehende Menge Einheiten, der Quotient ist der dritte, und auf den vorigen folgende Theil von dem ganzen Quotienten (und einen Grad niedriger als der vorige Theil). Mit dem letztern erhaltenen Theile des Quotienten multiplicire man gleichfalls alle Glieder des Divisors, streiche diesen aus, und subtrahire solches Produkt von den darüber im Dividendus stehenden Einheiten. Mit dem bleibenden Reste und den übrigen Gliedern des Dividendus verfährt man gleichfalls, wie vorhin; und man fährt fort auf diese Weise zu dividiren, bis das letzte Glied des Divisors unter das letzte Glied des Dividendus zu stehen kommt, und ein oder mehrere Male abgezogen worden ist, wo denn entweder alles aufgehet, oder ein Rest bleibt, dieses ist ein Bruch, wovon der Rest der Zähler, der Divisor aber der Nenner ist.

Man dividire erst folgendes im Allgemeinen:

I) $rx\phi^{III} + \left.\begin{matrix} sx \\ ry \end{matrix}\right\}\phi^{IV} + \left.\begin{matrix} rz \\ sy \\ tx \end{matrix}\right\}\phi^{V} + \left.\begin{matrix} sz \\ ty \\ vx \end{matrix}\right\}\phi^{VI} + \left.\begin{matrix} tz \\ vy \\ wx \end{matrix}\right\}\phi^{VII} + \left.\begin{matrix} vz \\ wy \end{matrix}\right\}\phi^{VIII} + wz\phi^{IX}$

$r + s\phi + t\phi^{II} + v\phi^{III} + w\phi^{IV}$

$rx\phi^{III} + sx\phi^{IV} + tx\phi^{V} + vx\phi^{VI} + wx\phi^{VII}$

$+ry\phi^{IV} + \left.\begin{matrix} rz \\ sy \end{matrix}\right\}\phi^{V} + sz\phi^{VI} + tz\phi^{VII} + vz\phi^{VIII}$
$+ty\phi^{VI} + vy\phi^{VII} + wy\phi^{VIII}$

$r + s\phi + t\phi^{II} + v\phi^{III} + w\phi^{IV}$

$ry\phi^{IV} + sy\phi^{V} + ty\phi^{VI} + vy\phi^{VII} + wy\phi^{VIII}$

$+rz\phi^{V} + sz\phi^{VI} + tz\phi^{VII} + vz\phi^{VIII} + wz\phi^{IX}$
$r + s\phi + t\phi^{II} + v\phi^{III} + w\phi^{IV}$

$rz\phi^{V} + sz\phi^{VI} + tz\phi^{VII} + vz\phi^{VIII} + wz\phi^{IX}$

o

Quot: $x\phi^{III} + y\phi^{IV} + z\phi^{V}$

II) $gk + kh_\eta + o_\eta^{II} + gl_\eta^{III} + ki_\eta^{III} + hl_\eta^{IV} + o_\eta^{V} + il_\eta^{VI}$
$k + o_\eta^{I} + o_\eta^{II} + l_\eta^{III}$

$gk + o_\eta^{I} + o_\eta^{II} + gl_\eta^{III}$

$+kh_\eta + o_\eta^{II} + o_\eta^{III} + ki_\eta^{III} + hl_\eta^{IV}$
$k + o_\eta^{I} + o_\eta^{II} + l_\eta^{III}$

$kh_\eta + o_\eta^{II} + o_\eta^{III} + hl_\eta^{III}$

$ki_\eta^{III} + o_\eta^{IV} + o_\eta^{V} + il_\eta^{VI}$
$k + o_\eta^{I} + o_\eta^{II} + l_\eta^{III}$

$ki_\eta^{III} + o_\eta^{III} + o_\eta^{V} + il_\eta^{VI}$

o

Quot. $g + h_\eta^{I} + o_\eta^{II} + i_\eta^{III}$

III) $$\begin{array}{l} am+bm\beta+mc\beta^{II}+nc\beta^{III}+nd\beta^{IV}+do\beta^{V} \\ \quad +an\beta+nb\beta^{II}+bo\beta^{III}+co\beta^{IV} \\ \quad +ao\beta^{II} \\ m+n\beta+o\beta^{II} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} am+an\beta+a\beta^{II} \\ bm\beta+mc\beta^{II}+nc\beta^{III} \\ \quad +nb\beta^{II}+bo\beta^{III} \\ m+n\beta+o\beta^{II} \\ bm\beta+nb\beta^{II}+bo\beta^{III} \\ \quad +mc\beta^{II}+nc\beta^{III}+nd\beta^{IV}+do\beta^{V} \\ \quad +co\beta^{IV} \\ m+n\beta+o\beta^{II} \\ mc\beta^{II}+nc\beta^{III}+co\beta^{IV} \\ nd\beta^{IV}+do\beta^{V} \end{array}$$

Quot. $a+b\beta+c\beta^{II}+\frac{nd\beta^{III}+do\beta^{V}}{m+n\beta+o\beta^{II}} = a+b\beta+c\beta^{II}+d\beta^{III}+\frac{-md\beta^{III}}{m+n\beta+o\beta^{II}}$

Hier bey diesem letzten Exempel gehet nicht alles auf, sondern es bleibt ein Rest, wodurch ein Bruch entstehet, wovon der Zähler der Rest, der Nenner aber der Divisor ist und die Gestalt hat $+\frac{nd\beta^{IV}+do\beta^{V}}{m+n\beta+o\beta^{II}}$ welcher $= +d\beta^{III} - \frac{md\beta^{III}}{m+n\beta+o\beta^{II}}$

IV) $$\begin{array}{l} ns\alpha^{II}+sw\alpha^{III}+sp\alpha^{IV}+ms\alpha^{V}+pn\alpha^{VI}+wm\alpha^{VII} \\ \quad +nv\alpha^{III}+wv\alpha^{IV}+pv\alpha^{V}+mv\alpha^{VI} \\ s\alpha+v\alpha^{II} \\ ns\alpha^{II}+nv\alpha^{III} \\ sw\alpha^{III}+sp\alpha^{IV} \\ \quad wv\alpha^{IV} \\ s\alpha+v\alpha^{II} \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
s\,w\,\alpha^{III} + w\,v\,\alpha^{IV} \\
\hline
s\,p\,\alpha^{IV} + m\,s\,\alpha^{V} \\
+ p\,v\,\alpha^{V} \\
s\,\alpha + v\,\alpha^{II} \\
\hline
s\,p\,\alpha^{IV} + p\,v\,\alpha^{V} \\
\hline
m\,s\,\alpha^{V} + p\,n\,\alpha^{VI} + w\,m\,\alpha^{VII} \\
m\,v\,\alpha^{VI} \\
s\,\alpha + v\,\alpha^{II} \\
\hline
m\,s\,\alpha^{V} + m\,v\,\alpha^{VI} \\
\hline
p\,n\,\alpha^{VI} + w\,m\,\alpha^{VII}
\end{array}$$

Quotient $n\alpha + w\alpha^{II} + p\alpha^{III} + m\alpha^{IV} + \frac{p\,n\,\alpha^{VI} + w\,m\,\alpha^{VII}}{s\alpha + v\alpha^{II}}$

a) $12 + 34\eta + 49\eta^{II} + 61\eta^{III} + 33\eta^{IV} + 20\eta^{V}$ $\quad 13 + 7\eta + 5\eta^{II} + 4\eta^{III}$

$$\begin{array}{r}
4 + 2\eta + 5\eta^{II} \\
12 + 6\eta + 15\eta^{II} \\
\hline
28\eta + 34\eta^{II} + 61\eta^{III} \\
4 + 2\eta + 5\eta^{II} \\
28\eta + 14\eta^{II} + 35\eta^{III} \\
\hline
20\eta^{II} + 26\eta^{III} + 33\eta^{IV} \\
4 + 2\eta + 5\eta^{II} \\
20\eta^{II} + 10\eta^{III} + 25\eta^{IV} \\
\hline
16\eta^{III} + 8\eta^{IV} + 20\eta^{V} \\
4 + 2\eta + 5\eta^{II} \\
16\eta^{III} + 8\eta^{IV} + 20\eta^{V} \\
\hline
0
\end{array}$$

b) $18\beta + 45\beta^{II} + 79\beta^{III} + 91\beta^{IV} + 156\beta^{V} + 100\beta^{VI} + 72\beta^{VII}$

$3 + 5\beta + 7\beta^{II} + 6\beta^{III} + 8\beta^{IV}$

$18\beta + 30\beta^{II} + 42\beta^{III} + 36\beta^{IV} + 48\beta^{V}$

$15\beta^{II} + 37\beta^{III} + 55\beta^{IV} + 108\beta^{V} + 100\beta^{VI}$

$3 + 5\beta^{I} + 7\beta^{II} + 6\beta^{III} + 8\beta^{IV}$

$15\beta^{II} + 25\beta^{III} + 35\beta^{IV} + 30\beta^{V} + 40\beta^{VI}$

$12\beta^{III} + 20\beta^{IV} + 78\beta^{V} + 60\beta^{VI} + 72\beta^{VII}$

$3 + 5\beta^{I} + 7\beta^{II} + 6\beta^{III} + 8\beta^{IV}$

$12\beta^{III} + 20\beta^{IV} + 28\beta^{V} + 24\beta^{VI} + 32\beta^{VII}$

$50\beta^{V} + 36\beta^{VI} + 40\beta^{VII}$

Quot. $6\beta + 5\beta^{II} + 4\beta^{III} + \dfrac{50\beta^{V} + 36\beta^{VI} + 40\beta^{VII}}{3 + 5\beta^{I} + 7\beta^{II} + 6\beta^{III} + 8\beta^{IV}}$

β

$AB = 18,45,79,91,106,64,32$

$B = 3, 5, 7, 6, 8$

$18,30,42,36,48$

$15,37,55,158,164$

$3, 5, 7, 6, 8$

$15,25,35,30,40$

$12,20,28,24,32$

$3, 5, 7, 6, 8$

$12,20,28,24,32$

0

β

$6,5,4 = A$ Quot.

Es sey nun $\beta = 10$, so ist der Quotient 654; ein Gleiches erhält man auch, wenn man AB und A als bloſse Decimal-Zahlen betrachtet, da der Theilungs-Expon. $= 10$ ist.

10

also $AB = 18,45,79,91,106,64,32$

$= 23392272$

$A = 35768$

23392272

35768

214608

193147

35768

178840

143072

35768

143072

0

$654 = A$ Quotient.

Man erkennt daraus die Richtigkeit dieses allgemeinen Verfahrens, denn indem man den Theilungs-Exponenten $\beta = 10$ setzte, und die Unterscheidungs-Striche alsdann wegliefs, so wurde das ganze Exempel in ein bloſses Divisions-Exempel nach der Dekadik verwandelt.

§. 2.

Wenn die Eintheilung nicht nach der Zahl 10, sondern nach irgend einer, die mehr Einheiten enthält, z. B. 20, oder 36, oder 48, oder 60 geschehen ist, und man findet, dafs die Menge Einheiten des ersten Gliedes des Divisors mehr als 9 Mal in die jedes Mal darüber stehende Menge Einheiten des Dividendus enthalten wären, z. B. 24 Mal; so mufs man erst nur die Hunderte oder Zehner, hier 20, als den Quotienten nehmen, damit den ganzen Divisor multipliciren, und das Produkt von den Einheiten in den darüber stehenden Gliedern des Dividendus abziehen. Unter den Rest nun setze man die erste Zahl, rechter Hand, von dem ersten Gliede des Divisors, um eine Dezimal-Stelle unter die Einheiten im ersten Gliede des Restes, mehr nach der rechten Hand, als sie zuvor stand; die übrigen Glieder des Divisors, wie sie erst standen, und nicht weiter nach der Rechten unter den neuen Rest fortgerückt; sondern dafs das zweyte Glied des Divisors wiederum unter dem zweyten des Restes stehet: man dividire jetzt wie zuvor, so wird dadurch der Quotient, den man erhält, hier 4 seyn. Mit dem erhaltenen Quotienten multiplicire man ebenfalls wie zuvor den ganzen Divisor, ziehe solches Produkt von den Einheiten in den darüber stehenden Gliedern ab. Bleibt hier ein Rest, der kleiner als der Divisor ist, so multiplicire man nach §. 1 des vorigen Kapitels, die eben gerade unter dem ersten Gliede des Divisors übrig gebliebenen Einheiten mit der Menge Einheiten des Theilungs-Exponenten, addire solche zu den vom nächst folgenden Gliede und fahre mit Dividiren nach §. 1 dieses Kapitels fort.

§. 3.

Doch braucht man dieses Verfahren nicht bey der sogenannten Duodecimal-Eintheilung, deren Theilungs-Exponent 12 ist, zu beobachten,

weil man da den Divisor höchstens 11 Mal zu nehmen hat. Ueberhaupt wird dieses eben Gesagte am besten aus den weiter unten folgenden Exempeln von der sogenannten Sexagesimal- und andern Eintheilungen in die Augen leuchten.

§. 4.

Es sollen folgende Gröfsen von gleicher Art stetiger Eintheilung, wo der Theilungs-Exponent 12 ist, durch Gröfsen von derselben Art Eintheilung dividirt werden.

(12)

a) 1,02,03,11,07,09,06,08 | 03,04,09,10

12

14,03,11,07
4,02,06,08
12,07,08,00

X,08,03,07,09
12

20,03,07,09
4,02,06,08
16,10,02,08

ℨ,05,05,01,06
36

41,05,01,06
4,02,06,08
37,11,00,00

ℨ,06,01,06,08
36

42,01,06,08
4,02,06,08
42,01,06,08

0

§. 5.

Nach der gewöhnlichen Art hat man sonst so verfahren: man solvirte alle Einheiten in den Gliedern von jedem Grade des Dividendus,

und brachte sie alle auf Einheiten des Gliedes, vom niedrigsten Grade, desgleichen auch die des Divisors: nun dividirte man, wie gewöhnlich, und man erhielt lauter Einheiten des Gliedes vom niedrigsten Grade des Quotienten, diese muſste man nach und nach durch den Theilungs-Exponenten dividiren, wo man die Einheiten nach den Graden folgend, d. i. von jedem Grade erhielt, wie aus folgendem Exempel zu ersehen.

(12)

Dividend.	Divisor.
1,02,03,11,07,09,06,08	4,02,06,08
1 2	4 8
1 4 3	5 0 6
2 8	1 0 0
1 7 1	6 0 6 8
3 4 2	1 2 1 2
1 1	7 2 8 0
2 0 6 3 7	
4 1 2 6	
2 4 7 6 3 9	
4 9 5 2 6	
2 9 7 1 6 5 6	
5 9 4 3 3 0	
3 5 6 5 9 8 6 8	
7 1 3 1 9 7 2	
4 2 7 9 1 8 4 0	(5 8 7 8 1 0
7 2 8 0	4 8 9 0 9
3 6 4 0	4 0 4
6 3 9 1	3
7 2 8	
5 8 2 4	Quot. 3,04,09,10
5 6 7 8	
7 2 8	
5 0 9 6	
5 8 2 4	
7 2 8	
5 8 2 4	
0	

(12)

c) $12^{II},06^{III},10^{IV},05^{V},09^{VI},06^{VII},03^{VIII},04^{IX} \mid 4,02^{I},03^{II},05^{III}$
$3^{II},00^{III},00^{IV},00^{V},08^{VI}$
$12^{II},00^{III},00^{IV},02^{V},08^{VI}$

$06^{III},10^{IV},03^{V},01^{VI},06^{VII}$
$3^{II},00^{III},00^{IV},00^{V},08^{VI}$
$06^{III},00^{IV},00^{V},01^{VI},04^{VII}$

$10^{IV},03^{V},00^{VI},02^{VII},03^{VIII}$
$3^{II},00^{III},00^{IV},00^{V},08^{VI}$
$09^{IV},00^{V},00^{VI},02^{VII},00^{VIII}$

$\not{0}1^{IV},03^{V},00^{VI},00^{VII},03^{VIII},04^{IX}$
12

$15^{V},00^{VI},00^{VII},03^{VIII},04^{IX}$
$3^{II},00^{III},00^{IV},00^{V},08^{VI}$
$15^{V},00^{VI},00^{VII},03^{VIII},04^{IX}$

0

(12)

d) 4,08,10,08,10,10,00,11,04,04,09,06 | 2,11,01,00,03,04,07,09
1,07,05,06,02
3,02,11,00,04

1,05,11,08,06,10
12

17,11,08,06,10
1,07,05,06,02
17,10,00,07,10

01,07,11,00,00
01,07,05,06,02

05,05,10,11,04
01,07,05,06,02
04,10,04,06,06

07,06,04,10,04

07,06,04,10,04
01,07,05,06,02
06,05,10,00,08

01,00,06,09,08,09
12,06,09,08,09
01,07,05,06,02
11,04,02,07,02

1,02,07,01,07,06
12

14,07,01,07,06
1,07,05,06,02
14,07,01,07,06

0

(12)

e) 5,06,08,00,02,08,05 | 1,07,04, 02,05 / 3,05,04,06,09
3,05,04,06,09

02,01,03,05,05,08
24

25,03,05,05,08
3,05,04,06,09
24,01,07,11,03

01,01,09,06,05,05
12

13,09,06,05,05
3,05,04,06,09
13,09,06,03,00

02,05

(60)

f) ✗,58,48,44,54,29,42,45 | 03,10,20,10
60 | 6, 0, 7
118 | 03,16,20,17 Quotient.
36,18,30,45
108,55,32,15
09,53,12,39,29
540
593
36,18,30,45
363,05,07,30
230,07,31,59
36,18,30,45
217,51,04,30
✗✗,16,27,29,42
720
736
36,18,30,45
726,10,15,00
10,17,14,42,45
600
617
36,18,30,45
363,05,07,30
254,09,35,15
36,18,30,45
254,09,35,15
0

(96)

g) 20,71,72,55,04,85,92,56,24 | 50,30,10,70
1920 | 4, 0, 6, 2
1991 | 54,30,16,72
36,64,39,18,75
1833,52,39,75,06
158,20,15,25,79
36,64,39,18,75
146,65,60,75,12
XX,50,50,46,67,92
1056
1106
36,64,39,18,75
1100,12,23,83,42
6,38,22,80,50,56
576
614
36,64,39,18,75
366,68,07,91,78
247,50,72,54,74
36,64,39,18,75
220,02,43,16,66
27,48,29,38,08,24
672
1920
2640
36,64,39,18,75
2566,92,55,66,66
73,32,78,37,54
36,64,39,18,75
73,32,78,37,54
0

(16)

h) 8,15,09,10,12 | 02,02,10, $\frac{01,09,10}{4,02,05}$

4,02,05

8,04,10

10,15,10

4,02,05

8,04,10

2,11,00,12

32

43

4,02,05

41,07,02

1,09,10

§. 6.

Sollten etwa bey benannten Gröſsen, z. B. erst Toisen, Klaftern, Ruthen vor den Fuſsen, Zollen u. s. w. vorhergehend gegeben seyn, und diese gleichfalls durch andere Gröſsen, die auch aus Toisen oder Ruthen und dann Fuſsen u. s. w. bestehen, dividirt werden, so reducire man erst die Ruthen oder Toisen auf Fuſse, sowohl im Divisor als Dividendus.

(16) Dividend. (12) Divisor.

$5^{I}{}^{00},04^{01},08^{II},02^{III},01^{IV},09^{V},09^{VI}$ | $5^{0},08^{I},04^{II},05^{III}$

16 | 16

306 | 80

514 | 8

820

16

4920

8208

13128^{II} | $88^{I},04^{II},05^{III}$

(12)

$13128^{II},02^{III},01^{IV},09^{V},09^{VI}$	100
88 $04^{II},05^{III}$	40
8836, 09, 08	8, $06^{II},09^{III}$
4291, 04, 05	$148^{I},06^{II},09^{III}$
88 04, 05	$9^{0},04^{I},06^{II},09^{III}$
3534, 08, 08	
756, 07, 09	
88, 04, 05	
706, 11, 04	
49, 08, 05, 09^{V}	
588	
596	
88, 04, 05	
530, 02, 06	
66, 03, 03, 09^{VI}	
792	
795	
88, 04, 05	
795, 03, 09	
0	

6 6 12 6

Dividend. $93^{00},05^{01},03^{II},10^{III}$ | $2^{0},04^{I},05^{II}$ Divisor.

6	6
558	12
5	4
563	$16^{I},05^{II}$
6	
3378	
3	
$3381^{II},10^{III}$	200^{I}
16 05^{II}	00
3283, 04	6
$98^{II},06^{III}$	206^{I} = 34 Tois. 2^{I}
$16^{I},05^{II}$	
$98^{II},06^{III}$	
0	

§. 7.

Wir wollen aber nun auch auf eine viel kürzere Weise, und eine in meinen Augen bequemere Methode die Division bey dergleichen Gröfsen verrichten, wir müfsen uns aber dabey der weiter vorn schon ein Mal erwähnten Produkten - Tafeln bedienen, wie im folgenden Paragraphen gezeigt werden wird.

§. 8.

Man schreibe die unmittelbar nach Graden auf einander folgenden Glieder des Dividendus hin, unter die zwey erstern Glieder des Dividendus von der Linken gezählt, die zwey erstern des Divisors und so die übrigen wie sie folgen, wenn die Menge Einheiten in den Gliedern des Divisors zusammen kleiner, oder doch nur eben so grofs ist, als die des Dividendus. Ist sie aber nur um eine Einheit gröfser, so rücke man den ganzen Divisor um ein Glied mehr nach der Rechten hin. Man merke sich nun die Zahlen, oder Einheiten, entweder des einen, oder der zwey Glieder des Dividendus, welche linker Hand über dem ersten Gliede des Divisors stehen, fahre alsdenn mit dem Zeigefinger, entweder in der vertikalen oder horizontalen Reihe der Produkten - Tafel von demselben Theilungs-Exponenten, wie der der zu theilenden Gröfsen, welche Reihe mit der nämlichen Zahl bezeichnet ist, die im ersten Gliede des Divisors steht, so weit, bis wo irgend eines dieser Produkte daselbst den vorhin gemerkten Einheiten oder Zahlen von dem einen oder den zweyen Gliedern des Dividendus, entweder selbst gleich, oder kleiner als diese sey. Von diesem Produkte nun fahre man mit dem Finger vertikal, wenn es in der horizontalen Reihe der Zahl des Divisors steht, und horizontal, wenn es in der vertikalen Reihe derselben Zahl steht, bis zu den einfachen Einheiten, welche kleiner als der Theilungs-Exponent sind. Die Zahl oder Einheit nun, auf die man stöfst, ist das erste Glied des Quotienten, man multiplicire damit den ganzen Divisor und ziehe dieses Produkt von dem darüber stehenden im Dividendus ab, wenn es nicht zu grofs ist; sonst mufs man eine, zwey oder mehrere Ein-

heiten weniger zum Quotienten nehmen; oder ist dieses Produkt gar zu klein, so nimmt man mehr zum Quotienten an.

Hierauf rückt man den ganzen Divisor um ein Glied weiter gegen die Rechte zu, siehet wieder auf diese Weise in der Produkten-Tafel nach, und suchet wieder den Quotienten, multiplicirt ebenfals damit den ganzen Divisor und ziehet das Produkt von dem darüber stehenden im Dividendus ab; fährt damit fort, bis endlich alles aufgeht oder ein Rest bleibt, welcher einen Bruch giebt, den man noch an den Quotienten anhängen muſs.

Man ist hierbey jedesmal des Reducirens der ersten Glieder im Dividendus überhohen und braucht überhaupt weniger Platz dazu. Z. B.

(60)

a) 1,58,48,44,54,29,42,45 | 03,16,20,17
36,18,30,45
1,48,55,32,15

09,53,12,39,29
36,18,30,45
09,40,56,12,00

12,16,27,29,42
36,18,30,45
12,06,10,15,00

10,17,14,42,45
36,18,30,45
10,17,14,42,45

0

(36)

b) 2,25,14,01,15,25,21,18,10,27 | 02,35,08,20,03
32,24,25,19,21
1,29,13,35,03,06

32,00,02,12,19,21

32,00,02,12,19,21
32,24,25,19,21
31,28,10,20,01,15

07,27,28,18,06,18
32,24,25,19,21
07,09,19,32,12,24

18,08,21,29,30,10
32,24,25,19,21
18,05,31,26,31,24

02,26,02,34,22,27
32,24,25,19,21
02,26,02,34,22,27

0

§. 9.

Wenn beym Dividiren ein Rest bleiben und man also einen Bruch mit zum Quotienten erhalten sollte, so kann man auch mit dem Divisor, so weit man will, bis ins Unendliche in die immer bleibenden Reste dividiren, wie bey den vorhergehenden Ganzen, indem man nur immer Glieder mit Null-Einheiten im Dividendus anhängt, wodurch man lauter Glieder mit Einheiten von derselben Eintheilung und nach demselben Theilungs-Exponenten, in einer bis ins Unendliche gehenden Graden-Folge, erhält. Doch brechen auch diese öfters irgendwo, oder bey irgend einem Grade, dann sogleich ab, wenn irgendwo endlich noch der Divisor im Dividendus völlig aufgehet, sollten auch schon Glieder mit Null-Einheiten angehängt seyn. Die nun durch dieses ins Unendliche fortgesetzte Dividiren, nach den Ganzen, erhaltenen Glieder sind Brüche, deren Zähler die erhaltenen Einheiten oder Theile sind, und deren Nenner der Theilungs-Exponent der Gröfse oder ein Produkt aus dem Theilungs-Exponenten ein oder mehrere Mal mit sich selbst multiplicirt, ist. Sie folgen nach den Gesetzen auf einander, wie die Glieder der Ganzen, und man sondert sie durch ein Semikolon von den Ganzen ab, welches man zwischen dem letzten Gliede, vom niedrigsten Grade, der Ganzen und dem ersten Gliede

der Brüche setzt, das den bloſsen Theilungs-Exponenten zum Nenner hat, den man aber nicht darunter setzt, und der vom unmittelbar auf den vorigen folgenden Grade seyn muſs.

Uebrigens sind diese Brüche von derselben Beschaffenheit, Anwendbarkeit, und von den nämlichen Eigenschaften und Nutzen, wie die bekannten Decimal-Brüche.

Ich werde solche Brüche hinführo *Theilungs-Exponentenbrüche* nennen; Decimalbrüche sind daher auch Theilungs-Exponentenbrüche nach der Decimal-Eintheilung.

§. 10.

In folgendem ersten Exempel wird, nachdem man einige Mal Glieder mit Null-Einheiten oder Theilen angehängt hat, der Divisor völlig aufgehen, und kein Rest bleiben; in den übrigen aber bleibt ein Rest.

(12)	(12)
5,04,03,06,06	6;09,04,06
60	
64	
9,05,09,04	
56,10,08,00	
07,04,10,06,00	
84	
88	
9,05,09,04	
85,04,00,00	
3,06,06,00,00	
36	
42	
9,05,09,04	
37,09,01,04	
4,08,10,08,00	
48	
56	
9,05,09,04	
56,10,08,00	
0	

(12)

3,04,05,06 | 0;04,10,06,02,10 u. f.
36
40,05,06,00
8,03,06,08
33,02,02,08
7,03,03,04,00
84
87
8,03,06,08
82,11,06,08
4,03,09,04,00
48
51
8,03,06,08
49,09,04,00
2,00,00,00,00
24
8,03,06,08
16,07,01,04
7,04,10,08,00
84
88
8,03,06,08
82,11,06,08
5,11,01,04 u. f.

(60)

10,56,15 | 04;50,50,30 etc.
2,14,24
2, 3, 9
8,57,36
04;52,53,39 u. f.
1,58,39,00
60
118
2,14,24
112,00,00
6,39,00
2,14,24
4,28,48
2,10,12,00
120
130
2,14,24
112,00,00
8,12,00
2,14,24
6,43,12
1,28,48,00
60
88
2,14,24
67,12,00
21,36,00
2,14,24
20,08,36
1,27,24 u. f.

(60)

50,30,40,20,30;10,20 | 02;00,41,34,51,18 u. f.
24,36,48,00,12
50,13,36,00,24

17,04,20,06;10,20
24,36,48,00,12
16,49,08,48,08,12

14,11,18;02,08,00
24,36,48,00,12
13,50,14,12,06,48

21,03;50,01,12,00
24,36,48,00,12
20,55,16,48,10,12

07;33,13,01,48,00
24,36,48,00,12
07,23,02,24,03,36

00;10,10,37,44,24 u. f.

(16)

4,08,13,15;00,00 | 00;00,01,04,06,10,06 u. f.
3,09,01,12,14,04

15,12,02;01,12,00
3,09,01,12,14,04
14,04,07,03,09,00

1,07,11;14,03,00,00
03,09,01,12,14,04
1,05,06,10,13,05,08

02,05;03,05,10,08,00
03,09,01,12,14,04
02,03,11,02,00,14,08

01;08,03,09,09,08,00
03,09,01,12,14,04
01,05,06,10,13,05,08

00;02,12,14,12,02,08 u. f.

§. 11.

Wenn Gröfsen, es mögen Faktoren, Quotienten, Wurzeln, Produkte und Potenzen seyn, in zwey, drey und mehrere gleiche Theile getheilt, oder $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{5}{8}$ u. dergl. davon genommen werden sollen, so theile man alle Glieder des Ganzen in zwey, drey und mehrere Theile, oder man nehme von jedwedem $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{5}{8}$ und dergl.

$a + b\alpha + c\alpha^{II} + d\alpha^{III} + e\alpha^{IV} + f\alpha^{V}$ soll in m gleiche Theile getheilt werden; folglich:

$$\frac{a}{m} + \frac{b\alpha}{m} + \frac{c\alpha^{II}}{m} + \frac{d\alpha^{III}}{m} + \frac{e\alpha^{IV}}{m} + \frac{f\alpha^{V}}{m}$$

oder es soll $\frac{v}{n}$ Mal genommen werden:

$$\frac{va}{n} + \frac{vb\alpha}{n} + \frac{vc\alpha^{II}}{n} + \frac{vd\alpha^{III}}{n} + \frac{ve\alpha^{IV}}{n} + \frac{vf\alpha^{V}}{n}$$

$$\frac{(12)}{20^{I},10^{II},01^{III},07^{IV},07^{V},06^{VI}}{9} = 2^{I},03^{II},09^{III},06^{IV},02^{V},02^{VI}.$$

$$\frac{5}{8}\cdot\ \overset{(16)}{14,12,08,09,04,08} = 9,03,13,05,12,13.$$

V. KAPITEL.

Von den Brüchen oder gebrochenen Gröfsen erster Ordnung.

§. 1.

Benannte gebrochene Gröfsen sind *gleichgradig*, wenn die Glieder vom niedrigsten Grade in einen jeden ihrer Zähler von gleichen Graden, und auch die Glieder vom niedrigsten Grade ihrer Nenner von gleichen Graden sind; mangelt dieses bey einem von diesen, oder bey allen, so sind sie *nicht gleichgradig*.

§. 2.

Man macht benannte gebrochene Gröfsen *gleichgradig*, wenn man erstlich allen Zählern alle die ihnen fehlenden Glieder von den noch nie-

deren Graden, wie es der Graden-Exponent anzeigt, welche der Zähler, der die Glieder von den niedrigsten Graden aufweist, noch aufser denen der andern Zähler hat, durch Glieder von Null-Einheiten oder Theilen bis zu jenem niedrigsten Grade anfügt, und dann noch zweytens, ebenfalls einem jeden der Nenner alle die ihnen fehlenden Glieder von den niedern Graden, (wie es der Graden-Exponent bey dem letzten Gliede vom niedrigsten Grade eines jeden Nenners anzeigt,) welche der Nenner, der die Glieder von den niedrigsten Graden aufweist, noch aufser denen der andern Nenner besitzt, durch Glieder mit Null-Einheiten oder Theilen anfügt.

Es sollen z. B. folgende benannte gebrochene Gröſsen gleichgradig gemacht werden:

$$A = \frac{a\alpha + b\alpha^{II} + c\alpha^{III} + d\alpha^{IV}}{h\alpha^{II} + k\alpha^{III} + m\alpha^{IV}} \text{ und } B = \frac{m\alpha^{II} + n\alpha^{III} + q\alpha^{IV} + p\alpha^{V}}{w\alpha + v\alpha^{II} + s\alpha^{III}}.$$

Hier findet man nun erstlich, daſs der Zähler in B ein Glied von einem noch niedrigern Grade als der Zähler in A hat, folglich muſs dem Zähler in A ein Glied mit Null-Theilen von dem noch niedrigern Grade zugefügt werden, also $a\alpha^{I} + b\alpha^{II} + c\alpha^{III} + d\alpha^{IV}$ wird $a\alpha^{I} + b\alpha^{II} + c\alpha^{III} + d\alpha^{IV} + o\alpha^{V}$. Ferner zeigt sich, daſs dem Nenner in B ein Glied vom noch niedrigern Grade, als sein letztes Glied, gegen den Nenner in A verglichen, mangele: es muſs daher dem Nenner in B ein Glied mit Null-Theilen von diesem Grade zugesellt werden. Beyde benannte gebrochene Gröſsen werden nun an Statt $\frac{a\alpha^{I} + b\alpha^{II} + c\alpha^{III} + d\alpha^{IV}}{h\alpha^{II} + k\alpha^{III} + m\alpha^{IV}}$ und $\frac{m\alpha^{II} + n\alpha^{III} + q\alpha^{IV} + p\alpha^{V}}{w\alpha + v\alpha^{II} + s\alpha^{III}}$, so aussehen:

$$\frac{a\alpha^{I} + b\alpha^{II} + c\alpha^{III} + d\alpha^{IV} + o\alpha^{V}}{h\alpha^{II} + k\alpha^{III} + m\alpha^{IV}} \text{ und } \frac{m\alpha^{II} + n\alpha^{III} + q\alpha^{IV} + p\alpha^{V}}{w\alpha^{I} + v\alpha^{II} + s\alpha^{III} + o\alpha^{IV}}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{m\beta + c\beta^{II} + d\beta^{III}}{a\beta + b\beta^{II} + e\beta^{III} + f\beta^{IV}} = \frac{m\beta + c\beta^{II} + d\beta^{III} + o\beta^{IV} + o\beta^{V} + o\beta^{VI}}{a\beta + b\beta^{II} + e\beta^{III} + f\beta^{IV} + o\beta^{V} + o\beta^{VI}} \\ \frac{n\beta^{I} + m\beta^{II} + p\beta^{III} + q\beta^{IV}}{h\beta^{III} + k\beta^{IV}} = \frac{n\beta + m\beta^{II} + p\beta^{III} + q\beta^{IV} + o\beta^{V} + o\beta^{VI}}{h\beta^{III} + k\beta^{IV} + o\beta^{V} + o\beta^{VI}} \\ \frac{h\beta^{IV} + g\beta^{V} + k\beta^{VI}}{n\beta^{IV} + q\beta^{V} + p\beta^{VI}} = \frac{h\beta^{IV} + g\beta^{V} + k\beta^{VI}}{n\beta^{IV} + q\beta^{V} + p\beta^{VI}} \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l}
\frac{8\eta^{II}+9\eta^{III}+4\eta^{IV}}{2\eta^{III}+3\eta^{IV}+6\eta^{V}} = \frac{8\eta^{II}+9\eta^{III}+4\eta^{IV}+0\eta^{V}+0\eta^{VI}+0\eta^{VII}}{2\eta^{III}+3\eta^{IV}+6\eta^{V}+0\eta^{VI}+0\eta^{VII}} \\
\frac{5\eta^{III}+3\eta^{IV}+10\eta^{V}+8\eta^{VI}}{3\eta^{I}+4\eta^{II}} = \frac{5\eta^{III}+3\eta^{IV}+10\eta^{V}+8\eta^{VI}+0\eta^{VII}}{3\eta^{I}+4\eta^{II}+0\eta^{III}+0\eta^{IV}+0\eta^{V}+0\eta^{VI}+0\eta^{VII}} \\
\frac{8\eta^{IV}+3\eta^{V}}{4\eta^{II}+3\eta^{III}+9\eta^{IV}+5\eta^{V}} = \frac{8^{IV}+3\eta^{V}+0\eta^{VI}+0\eta^{VII}}{4\eta^{II}+3\eta^{III}+9\eta^{IV}+5\eta^{V}+0\eta^{VI}+0\eta^{VII}} \\
\frac{5\eta^{III}+7\eta^{IV}+8\eta^{V}+9\eta^{VI}+11\eta^{VII}}{4\eta^{V}+6\eta^{VI}+8\eta^{VII}} = \frac{5\eta^{III}+7\eta^{IV}+8\eta^{V}+9\eta^{VI}+11\eta^{VII}}{4\eta^{V}+6\eta^{VI}+8\eta^{VII}}
\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l}
\frac{09^{I},08^{II},10^{III},11^{IV}}{10^{II},09^{III}} = \frac{9^{I},08^{II},10^{III},11^{IV},00^{V},00^{VI}}{10^{II},09^{III},00^{IV},00^{V}} \\
\frac{5^{II},07^{III},09^{IV},08^{V}}{03^{III},04^{IV},08^{V}} = \frac{5^{II},07^{III},09^{IV},08^{V},00^{VI}}{3^{III},04^{IV},08^{V}} \\
\frac{04^{III},08^{IV},03^{V},09^{VI}}{02^{I},03^{II}} = \frac{4^{III},08^{IV},03^{V},09^{VI}}{2^{I},03^{II},00^{III},00^{IV},00^{V}}
\end{array}\right.$$

§. 3.

Doch dieses gilt nur von denjenigen Gröfsen, welche benannt sind; denn von unbenannten Gröfsen, oder denen, deren Glieder blos nach den Produkten eines Theilungs-Exponenten mit sich selbst fortlaufen, wäre es ganz unnöthig und unrichtig, weil man solche als blofse Zahlen betrachtet.

§. 4.

Wenn benannte Theilungs-Exponenten-Brüche gleichgradig gemacht werden sollen, so hat man nur nöthig die Zähler gleichgradig zu machen, denn die Nenner haben da keine Grade.

$$\left\{\begin{array}{rcl}
2^{I},03^{II},04^{III};06^{IV},07^{V},09^{VI},10^{VII} & = & 2^{I},03^{II},04^{III};06^{IV},07^{V},09^{VI},10^{VII} \\
03^{II},06^{III};07^{IV},09^{V} & = & 3^{II},06^{III};07^{IV},09^{V},00^{VI},00^{VII} \\
2^{I},05^{II},07^{III},08^{IV};04^{V} & = & 2^{I},05^{II},07^{III},08^{IV};04^{V},00^{VI},00^{VII}
\end{array}\right.$$

Diese Art gebrochene Gröfsen können immer als ganze Gröfsen betrachtet

werden, die aus vielen, nach den Graden unmittelbar, wohl bis ins Unendliche, nach demselben Theilungs-Exponenten auf einander folgenden, Gliedern bestehen, welche Glieder auch alle benannt sind, sobald nur eines davon von irgend einem Grade benannt wird.

§. 5.

Gebrochene Gröfsen heifsen *gleichnamig*, deren Nenner einerley sind; *ungleichnamig*, wo diese nicht einerley sind. Benannte gebrochene Gröfsen sind *gleichnamig*, deren Nenner nicht allein einerley, sondern wo auch deren Zähler gleichgradig, als auch deren Nenner gleichgradig sind; mangelt nur eines von diesem bey irgend einem, so sind sie nicht gleichnamig. Benannte gebrochene Gröfsen können zwar gleichgradig seyn, aber doch nicht gleichnamig; umgekehrt aber, gleichnamige benannte gebrochene Gröfsen müssen allemal auch gleichgradig seyn.

§. 6.

Ungleichnamige gebrochene Gröfsen gleichnamig machen, oder unter einerley Benennung bringen, heifst nach den Lehrbüchern: andere, denen gegebenen gleiche, Brüche finden, die einerley Nenner oder einerley General-Nenner haben.

§. 7.

Man macht dergleichen gebrochene Gröfsen, oder Brüche gleichnamig, wenn man, wie bekannt, wie bey den gewöhnlichen Brüchen, Zähler und Nenner eines jeden Bruchs mit dem Nenner des andern, oder wenn es mehrere sind, mit dem Produkt aus den Nennern der übrigen Brüche, nach den obigen Multiplikations-Regeln, multiplicirt.

Wären z. B. die Brüche gegeben $\frac{5,06,08}{8,05,05}$ und $\frac{3,04,06}{5,03,04}$ so ist

$$\frac{5,06,08}{8,05,05} = \frac{(5,06,08)\cdot(5,03,04)}{(8,05,05)\cdot(5,03,04)} = \frac{2,04,06,02,04}{3,08,07,03,00,08}$$

$$\text{und } \frac{3,04,06}{5,03,04} = \frac{(3,04,06)\cdot(8,05,05)}{(5,03,04)\cdot(8,05,05)} = \frac{2,04,06,03,04,06}{3,08,07,03,00,08}$$

Oder es wären $\frac{04,08}{05,12}^{(16)}$; $\frac{03,13}{04,09}^{(16)}$; $\frac{04,15}{08,11}^{(16)}$ gegeben, so ist

$$\frac{4,08}{05,12}^{(16)} = \frac{(04,08).(04,09).(08,11)}{(05,12).(04,09).(08,11)}^{(16)} = \frac{11,02,05,13,08}{14,03,14,09,04}$$

$$\frac{03,13}{04,09} = \frac{(03,13).(05,12).(08,11)}{(04,09).(\ 5,12)\ (08,11)} = \frac{11,14,07,02,04}{14,03,14,09,04}$$

$$\frac{04,15}{08,11} = \frac{(04,15).(\ 5,12)\ (04,09)}{(08,11).(\ 5,12).(04,09)} = \frac{05,13,13,04,04}{14,03,14,09,04}$$

§. 8.

Wenn man hiernach gebrochene Gröfsen oder Zahlen gleichnamig gemacht hat, so lassen sich diese, auf eben die Weise und nach eben den Grundsätzen, zu einander addiren und von einander subtrahiren, wie die gewöhnlichen Brüche der Dekadik, nur dafs man dabey nach der weiter oben gelehrten Addition und Subtraktion verfährt; ebenfalls auch bey den benannten gebrochenen Gröfsen, wenn man diese erst gleichgradig und gleichnamig gemacht hat, nur dafs man hierbey beobachtet, dafs die Glieder von gleichem Grade beym Addiren und Subtrahiren unter und über einander zu stehen kommen. Warum? — wird jeder Leser aus dem Vorhergehenden einsehen.

§. 9.

Sollen Theilungs-Exponenten-Brüche zu einander addirt, oder von einander subtrahirt werden, so addire und subtrahire man sie, auf ähnliche Art, wie die Decimal-Brüche, indem man alle die Glieder eines jeden Aggreganden, welche linker Hand an dem Semicolon stehen, unter einander schreibt, und so die übrigen, wie sie nach einander folgen.

	(12)	(20)
z. B.	05,06,07;08,09,11,10,09	04,18,16;13,14,19
	04,10,11,08;09,04,05,03,02	05,12;04,08,13,07
	02,03;04,05,06,07	04;11,15,10,09,16
	05,04,08,07;10,07,11,08,11 Summe	05,04,13;09,19,02,16,16 Summe.

Subtraktions - Exempel.

(12)
1,04,07,08;09,03,04,02,00
05,06,03;11,09,11,04,08
11,01,04;09,05,04,09,04 Differ.

(12)
$5^{I},03^{II},04^{III};04^{IV},9^{V},07^{VI}$
$04^{II},08^{III},09^{IV};07^{V},08^{VI},09^{VII}$
$00^{II};07^{III},04^{IV},07^{V},09^{VI},08^{VII},04^{VIII}$
$5^{I},08^{II},08^{III},07^{IV};01^{V},01^{VI},05^{VII},04^{VIII}$ Summe.

(12)
$04^{II},03^{III},0;^{IV};09^{V},04^{VI},08^{VII}$
$00;\ 04^{III},03^{IV},07^{V},08^{VI},03^{VII}$
$03^{II},11^{III},02^{IV};01^{V},08^{VI},05^{VII}$ Differ.

§. 10.

Was die Multiplikation und Division der benamten so wohl als unbenamten gebrochenen Gröfsen betrifft, so gelten hier ebenfalls die Grund-Sätze und Haupt-Regeln von den Brüchen, wie bey den gewöhnlichen Brüchen, und müssen auch hierbey beobachtet werden, nur dafs man dabey nach obigen gegebenen Regeln, vom Multipliciren und Dividiren solcher Gröfsen verfährt.

$$\frac{(12)\ 6,09}{8,10} \times \frac{(12)\ 7,08}{10,11} = \frac{(6,09)\cdot(7,08)}{(8,10)\cdot(10,11)} = \frac{(12)\ 4,03,09,00}{8,00,05,02}$$

8, 09; 10, 07,08,04
4, 05, 03; 07,06,08
64, 72, 80, 56,64,32
48, 54, 60, 42, 48,24
56, 63, 70, 49, 56, 28
24, 27, 30, 21, 24, 12
40, 45, 50, 35, 40, 20
32,36, 40, 28, 32, 16
32,76,109,161,208,265,225,190,132,88,32

3,03,02,04,00;03,09,01,09,07,06,08.

§. 11.

Man kann auch, auf gleiche Weise, wie bey den Decimal-Brüchen, aus gleichen Grund-Sätzen nach einer verkürzten Multiplikation die Theilungs-Exponenten-Brüche mit einander multipliciren, wie aus folgenden Beyspielen zu ersehen.

Man denke sich nämlich an Statt der Stellen hinter dem Komma bey erstern, hier bey den letztern die Glieder hinter dem Semikolon, fange auch von der Linken gegen die Rechte zu an zu multipliciren und bediene sich so weit der Produkte von immer niedrigerm und niedrigerm Grade, als man will.

	(16)	(16)	(20)
m =	00;06,12, 14, 13	*b)* 00;06,12,14,13	*c)* 00;05,15,13,18
n =	00;07,08, 09, 15	00;07,08,09,15	04;13,02,15
	00;00,42, 84, 98	00;00,10,04,02	00;00,00,12,12
	48, 96	02,05,06,05	1,03,02,03,00
	54	00,00	05,15,09
mn =	00;00,42,132,248	03,06,07	03,09,08,11
	9 16 15	06	01,01
	51,148,263	03,06	15
		05	03,11
mn =	00;03,03, 04, 07	00;03,03,05,01	01;06,18,15,12

Denn $m = \frac{(16)}{00;06,12,14,13} = \frac{(16)}{06,12,14,13}{1,00,00,00,00}$ und $n = \frac{(16)}{00;07,08,09,15}$

$= \frac{(16)}{07,08,09,15}{1,00,00,00,00}$ also $mn = \frac{(16)\quad(16)}{(06,12,14,13)\cdot(07,08,09,15)}{1,00,00,00,00 \times 1,00,00,00,00}$

$= \frac{(16)}{03,03,05,02,11,15,03,03}{1,00,00,00,00,00,00,00,00} = 00;03,03,05,02\ldots\ldots$

Man sieht auch hier, dafs die Einheiten des letzten beybehaltenen Gliedes vom niedrigsten Grade nicht zulangen oder zutreffen, ob man gleich eben so viele Einheiten, die man als fehlende betrachtete, als höhere Einheiten

von einem noch nächst niedern Gliede, zum letzten Gliede rechter Hand hinzurechnete, als dieses Einheiten eines noch nächst höhern Grades enthielt.

Divisions-Exempel.

$$\frac{8,05,06}{9,04,05} : \frac{4,03}{8,07} = \frac{(8,05,06)\cdot(8,07)}{(9,04,05)\cdot(4,03)} = \frac{6,00,07,02,06}{3,03,09,09,03}$$

$$\frac{04^{II},06^{III},08^{IV},09^{V}}{08^{I},03^{II},02^{III},10^{IV}} : \frac{5^{III},04^{IV}}{8^{V},\ 9^{VI}} = \frac{(04^{II},06^{III},08^{IV},09^{V})\cdot(8^{V},09^{VI})}{(8^{I},03^{II},02^{III},10^{IV})\cdot(5^{III},04^{IV})}$$

$$= \frac{3^{VI},03^{VII},10^{IIIX},10^{IX},06^{X},09^{XI}}{3^{III},08^{IV},01^{V},03^{VI},01^{VII},04^{IIIX}}$$

§. 12.

Um einen jeden Bruch in einen eben so grofsen Theilungs-Exponenten-Bruch, wobey der Theilungs-Exponent gegeben ist, zu verwandeln, so setze man an den Zähler so viele Glieder mit Null-Theilen, als man will, dividire alsdenn mit dem Nenner des Bruchs, gebe dem Quotienten so viele Stellen oder Glieder nach dem Semikolon, als dem Zähler Glieder mit Null-Einheiten beygefügt worden sind, und setze, wenn ein Rest bleiben sollte, zum Quotienten noch einen Bruch, dessen Zähler der Rest, und dessen Nenner der Divisor mit eben so vielen Gliedern mit Null-Theilen ist, als der erste Zähler erhalten hatte.

Z. B. $\frac{5}{8}$ der Theilungs-Exponent 12.

	(12)	16 Theil exp.	(16)	(12)	(12)
$\frac{5}{8} = 5;00,00$	$\mid 00;07,06,$	$\frac{5}{8} = 5,00$	$\mid 00;10,$	$\frac{7}{16} = 7,00,00$	$\mid 00;05,03$
08		08		84	
408		5,00		16	
04,00		0		80	
08				4	
04,00				48	
0				16	
				48	
				0	

(36)

$\frac{5}{100} = \frac{05}{2,28}$ 5,00,00 | 00;01,28,28 $\frac{2,08}{2,28,00,00,00}$

2,28

2,08,00

02,28

2,05,28

02,08,00

02,28

02,05,28

02,08 u. f.

§. 13.

Soll mit Theilungs-Exponenten-Brüchen in Theilungs-Exponenten-Brüche dividirt werden, so gebe man dem Zähler des Divisors als auch dem des Dividendus gleiche Anzahl Glieder nach dem Semikolon, lasse dann bey beyden die Nenner weg, d. i. man betrachte beyde Zähler als Ganze und nicht als Brüche, und dividire dann nach obigen Regeln mit dem Zähler des Divisors in den des Dividendus so weit ins Unendliche, als man will und es erfordert wird, so erhält man wiederum einen Theilungs-Exponenten-Bruch zum Quotienten.

$$\text{Denn } \frac{m\,\alpha^{n-1}}{\alpha^n} : \frac{n\,\alpha^{m-1}}{\alpha^m} = \frac{m\,\alpha^{n-1}}{\alpha^n} \cdot \frac{\alpha^m}{n\,\alpha^{m-1}} = \frac{m\,\alpha^{m+n-1}}{n\,\alpha^{m+n-1}} = \frac{m}{n} = p\,\alpha^{-x}$$

wenn ich nämlich nach dem Theilungs-Exponenten α ins Unendliche fort dividire.

Es sey z. B. $a)$ $0;07,08,12,15 \overset{(16)}{:} 0;13,04,02,05,06$

$= 0;07,08,12,15,00 \overset{(16)}{:} 0;13,04,02,05,06$

$= 07,08,12,15,00 \overset{(16)}{:} 13,04,02,05,06,$ wenn ich nämlich sowol den Dividendus als den Divisor mit $1,00,00,00,00,00\overset{(16)}{}$ multiplicire, also:

$$\overset{(16)}{07,08,12,15,00} : \overset{(16)}{13,04,02,05,06} = \frac{\overset{(16)}{07,08,12,15,00}}{13,04,02,05,06}$$

$$\begin{array}{l|l}
\overset{(16)}{07,08,12,15,00,00} & 0;09,01,12 \ldots\ldots \\
13,04,02,05,06 & \\
07,07,05,05,00,06 & \\
\hline
01,07,09,15,10,00 & \\
13,04,02,05,06 & \\
\hline
10,05,13,04,10,00 & \\
13,04,02,05,06 & \\
09,15,01,12,00,08 & \\
\hline
06,11,08,09,08 & \\
\hline
13,04,02,05,06 &
\end{array}$$

Z. B. *b*) $\frac{\overset{(12)}{01;03,02,10,11}}{00;10,03,02,06} = \frac{\overset{(12)}{01,03,02,10,11}}{10,03,02,06}$

$$\begin{array}{l|l}
\overset{(12)}{01,03,02,10,11} & 01;05,09,09 \ldots\ldots \\
10,03,02,06 & \\
\hline
04,11,08,05,00 & \\
10,03,02,06 & \\
04,03,04,00,06 & \\
\hline
08,04,04,06,00 & \\
10,03,02,06 & \\
07,08,04,10,06 & \\
\hline
07,11,07,06 &
\end{array}$$

VI. KAPITEL.

Von den Potenzen und Wurzeln und insbesondere von der Ausziehung der Quadrat- und Cubik-Wurzeln aus einer in Zahlen gegebenen Gröfse von stetiger Eintheilung nach derselben Eintheilung selbst.

§. 1.

Angenommen, dafs die Grund- und Lehr-Sätze von den verschiedenen Potenzen bereits bekannt sind, so glaube ich nur noch folgendes in Beziehung auf diese Gröfsen nach den verschiedenen Eintheilungen anmerken zu müssen.

§. 2.

Man erhebt, wie bekannt, Gröfsen zu Potenzen, wenn man sie mehrere Male mit sich selbst multiplicirt; man wird daher Gröfsen, oder Zahlen von der ersten Ordnung potenziren, sie mögen unbenamt oder benamt, oder ganze oder gebrochne, und diese gemischt oder ungemischt und ächte oder auch Theilungs-Exponenten-Brüche seyn, wenn man solche nach demjenigen, wie in den vorhergehenden drey Kapiteln gezeigt worden ist, mit einander multiplicirt. Z. B.

a) (12)

5, 04, 06,08
5, 04, 06,08

40, 32, 48,64
30, 24, 36, 48
20,16, 24, 32
25, 0,30, 40

25,40,76,128,100, 96,64
3, 7,11, 09, 08, 05

28,47,87,137,108,105
2, 04, 11,03,05,00,05,04 2te Potenz.

05,04,06,08

16, 32, 88,24,40,00,40,32
12, 24, 06, 18,30,00,30,24
08,16, 44, 12, 20,00,20,16
10,20,55, 15, 55, 00,25, 0

10, 8,83, 99,165,126,79,80,46,64,32
2, 7, 9, 14, 11, 7, 7, 4, 5, 2

12,35,92,113,176,133,86,84,51,66
1,00,11,08, 05, 08, 01,02,00,03,06,08 3te Potenz.

b) (16)

4, 12,08
4, 12,08

32, 96,64
48,144, 96
16, 48, 32

16, 96,208,192,64
6, 13, 12, 4

22,109,220,196
01, 06, 13, 12,04,00 2te Potenz

04,12,08

08, 48,104, 96,32,00
12, 72,156,144, 48
4,24, 52, 48, 16

4,36,132,352,264,144,32,00
2, 9, 23, 17, 9, 2

6,45,155,369,273,146,00,00
6,13, 11, 01, 01, 02,00,00 3te Potenz

	(60)		(36)
c)	04,08,10		15,32,24 = m
	04,08,10		15,32,24 = m
	41,21,40		10,21,28,00
	33,05,20		14,05,01,12
	16,32,40		06,22,22,00
	17,06,26,41,40 2te Potenz		07,01,01,23,04,00 = m^2
	17,06,26,41,40		01,11,26,00 = $\frac{m}{3}$
	11,24,17,47,46,40		05,02,27,06,24,32,00,00
	11,41,24,14,28,20		02,05,11,18,02,08,00
	07,24,47,34,03,20		07,01,01,23,04,00
	01,42,38,40,10,00		09,11,15,32,12,32,32,00,00 = $\frac{m^3}{3}$
	04,50,49,33,40,00 (60)		(36)
	04,52,39,49,08,52,35,36,06,40 4te Potenz		03,03,29,10,28,10,34,24,00 = m^3

§. 3.

Die zweyte Potenz einer Gröfse von einem Gliede besteht höchstens aus zwey, und die dritte davon höchstens aus 3 Gliedern.

§. 4.

Ein Produkt aus zwey Gröfsen von einem Gliede, mithin auch die zweyte Potenz einer Gröfse von einem Gliede, 2 bis β—1 Mal: d. i. 2 bis so viele Male genommen, als der Theilungs-Exponent weniger 1 Einheiten enthält, kann nicht über 3 Glieder haben. Die 2te Potenz einer Gröfse mufs doppelt so viele Glieder mit Null-Theilen, und die 3te Potenz drey Mal so viele Glieder mit Null-Einheiten besitzen, als die Wurzel hat.

Daher ist die zweyte Wurzel, die Wurzel der Glieder der zweyten Potenz mit halb so vielen, und die dritte Wurzel, die Wurzel der Glieder der dritten Potenz mit $\frac{1}{3}$ mal so vielen Gliedern mit Null-Theilen, als die zweyte und dritte Potenz.

§. 5.

Die zweyte Potenz einer Gröfse, welche aus zwey Gliedern besteht, hat nicht mehr als vier, aber auch nicht weniger als drey Glieder; also

besteht die zweyte Potenz einer Gröfse von zwey Gliedern, entweder aus doppelt so vielen Gliedern, oder aus doppelt so vielen Gliedern weniger eins. Theilt man daher eine aus drey oder vier Gliedern bestehende Gröfse von der Rechten gegen die Linke in Klassen, und giebt jeder Klasse zwey Glieder, so kann die Wurzel nicht mehr als zwey Glieder haben.

§. 6.

Eine jede vollkommene zweyte Potenz irgend einer Gröfse hat höchstens doppelt so viele Glieder, und wenigstens doppelt so viele Glieder weniger eins als die Wurzel hat. Theilt man deswegen eine Gröfse, deren Glieder und daher auch sie selbst nicht benamt sind, sie mag so viele Glieder enthalten als sie will, von der Rechten gegen die Linke in Klassen, und giebt jeder Klasse zwey Glieder; so besteht die ganze Wurzel aus so vielen Gliedern, als Klassen gemacht worden sind.

§. 7.

Wenn ferner eine Gröfse, die aus zwey Gliedern besteht, in die dritte Potenz erhoben wird, so kann die Anzahl der Glieder nicht über sechs, aber auch nicht unter vier seyn. Theilt man daher eine aus 4 bis 6 Gliedern bestehende gegebene Gröfse von der Rechten gegen die Linke in Klassen, und giebt jeder Klasse drey Glieder, so kann die dritte Wurzel nicht mehr als aus zwey Gliedern bestehen.

§. 8.

Eine jede vollkommene dritte Potenz irgend einer Gröfse, hat höchstens drey Mal so viele, und wenigstens drey Mal so viele weniger zwey Glieder, als die Wurzel hat. Theilt man also eine Gröfse, deren Glieder und daher auch sie selbst nicht benamt sind, sie bestehe aus so vielen geordneten Gliedern, als sie wolle, von der Rechten gegen die Linke in Klassen, und giebt jeder Klasse drey Glieder, so kann die Wurzel nicht mehr Glieder haben, als Klassen gemacht worden sind.

§. 9.

Also überhaupt und allgemein, wenn eine Gröfse aus zwey Gliedern besteht und in die m^{te} Potenz erhoben wird, so kann die Anzahl der Glieder nicht über $2m$, aber auch nicht unter $m+1$ seyn. Theilt man daher eine aus $m+1$ bis $2m$ Gliedern bestehende gegebene Gröfse, von der Rechten gegen die Linke, in Klassen und giebt jeder Klasse m Glieder, so kann die m^{te} Wurzel nicht mehr als aus zwey Gliedern bestehen.

§. 10.

Von irgend einer Gröfse die m^{te} vollkommene Potenz, hat höchstens m Mal so viele, und wenigstens m Mal so viel weniger $(m-1)$ Glieder als die Wurzel hat. Und wenn man daher die Glieder irgend einer dergleichen Gröfsen, von der Rechten gegen die Linke, in Klassen theilt und jeder Klasse m Glieder giebt, so kann die Wurzel nicht mehr Glieder haben, als Klassen gemacht worden sind.

§. 11.

Von den Gröfsen, deren Glieder, und daher auch sie selbst benamt sind, ist aufser dem Vorhergehenden noch Folgendes zu merken. Es mufs sich alle Mal der Graden-Exponent des letzten Gliedes vom niedrigsten Grade einer Gröfse, woraus die zweyte Wurzel gezogen werden soll, durch zwey theilen lassen; ist dieses nicht, so mufs man noch ein Glied mit Null-Theilen anhängen, und dann erst von der Rechten gegen die Linke das Ganze in Klassen theilen, wovon jede Klasse zwey Glieder, die Letzte zur Linken aber auch wohl nur eins enthält. Es mufs daher auch der Graden-Exponent des Gliedes vom niedrigsten Grade einer jeden Klasse gerade seyn und sich durch zwey theilen lassen.

Denn wenn man irgend eine Gröfse z. B. $a\alpha + b\alpha^{II}$ oder $c\beta^{II} + d\beta^{III}$ in die zweyte Potenz erhebt, so wird $(a\alpha^{I} + b\alpha^{II})^2 = a^2\alpha^{II} + 2ab\alpha^{III} + b^2\alpha^{IV}$ und $(c\beta^{II} + d\beta^{III})^2 = c^2\beta^{IV} + 2cd\beta^{V} + d\beta^{VI}$. Hier läfst sich nun der Graden-Exponent des letzten Gliedes durch 2 theilen, weil man die Graden-

Exponente der letzten Glieder vom niedrigsten Grade der beyden Faktoren, alle Mal, ein Mal zusammen addiren mufs, und dadurch doppelt nimmt, wenn solche in die zweyte Potenz erhoben werden.

§. 12.

Ferner mufs sich alle Mal der Graden-Exponent des letzten Gliedes vom niedrigsten Grade einer benamten Gröfse, woraus die dritte Wurzel gezogen werden soll, durch drey theilen lassen. Wenn dieses nicht ist; so fehlen noch ein oder zwey Glieder, man hänge daher ein oder zwey Glieder mit Null-Einheiten an, so dafs sich der Graden-Exponent des letzten Gliedes durch drey theilen läfst. Alsdann erst theile man das Ganze, von der Rechten gegen die Linke zu, in Klassen, deren jede drey Glieder, die letzte, zur Linken, aber auch wohl nur eins oder zwey enthält.

Gleichfalls mufs sich dadurch auch der Graden-Exponent des Gliedes vom niedrigsten Grade einer jeden Klasse durch drey theilen lassen. Denn indem man eine solche benamte Gröfse und ihre Glieder in die dritte Potenz wie $(a\alpha^{I} + b\alpha^{II})^3 = a^3\alpha^{III} + 3a^2b\alpha^{IV} + 3ab^2\alpha^{V} + b^3\alpha^{VI}$ erhebt, so addiret man bey der dritten Potenz eines Gliedes dessen Graden-Exponent in der Wurzel, ein Mal und noch ein Mal zusammen, d. i. man nimmt ihn drey Mal, folglich mufs sich des Gliedes vom niedrigsten Grade einer Gröfse Graden-Exponent durch drey theilen lassen, wenn daraus die Wurzel zu ziehen ist.

§. 13.

Also im Allgemeinen genommen, mufs sich der Graden-Exponent des Gliedes vom niedrigsten Grade einer benamten Gröfse, woraus die m^{te} Wurzel zu ziehen ist, durch m theilen lassen; sonst mufs man bis zu dem nächsten Graden-Exponenten, der sich durch m theilen läfst, mit eingeschlossen, die fehlenden Glieder mit Null-Theilen hinzufügen, und hierauf nun erst das Ganze von dem letzten angehängten Gliede an, von der Rechten gegen die Linke, in Klassen theilen, und jeder m Glieder

geben, weil, wenn eine Gröfse in die m^te Potenz erhoben, der Graden-Exponent des Gliedes vom niedrigsten Grade, als auch bey einer jeden m^ten Potenz irgend eines Gliedes, der Graden-Exponent der Wurzel alle Mal m Mal darbey gesetzt wird.

---

§. 14.

Aus einer in Ziffern bestimmten gleichartigen Gröfse von stetiger Eintheilung die zweyte Wurzel oder die Quadrat-Wurzel nach derselben Eintheilung zu ziehen.

1) Man theile die gegebene Gröfse von der Rechten gegen die Linke in Klassen, gebe jeder Klasse zwey Glieder. (Ist die Gröfse benamt, und der Graden-Exponent des letzten Gliedes vom niedrigsten Grade derselben läfst sich nicht durch zwey theilen, so fügt man zuvor derselben noch ein Glied mit Null-Einheiten unter dem fehlenden Grade bey). Sollte nun die äufserste Klasse auch zwey Glieder enthalten; so multiplicire man die Einheiten des erstern Gliedes linker Hand mit dem Theilungs-Exponenten, und addire solches Produkt zu den Einheiten im andern Gliede.

2) Suche man nun in den Quadrat-Tafeln der gewöhnlichen Zahlen (welche man sich selbst verfertigt hat oder gedruckt besitzt) eine Zahl, deren Quadrat entweder letzterer Summe oder Zahl gleich oder nächst kleiner ist, welche Zahl oder Wurzel aber allezeit kleiner seyn wird und mufs als der Theilungs-Exponent. Diese giebt nun das erste Glied der Wurzel.

3) Man nehme nun das Quadrat oder die zweyte Potenz davon, subtrahire es von den Einheiten der ersten Klasse.

4) Was hier nun zum Rest bleibt, multiplicire man mit dem Theilungs-Exponenten, ziehe die nächst folgende Klasse herunter, addire dieses

Produkt nun zu den Einheiten des ersten Glieds dieser herunter gezogenen Klasse.

5) Nehme man dann die Einheiten des erhaltenen erstern Gliedes der Wurzel zwey Mal, setze solche unter die des ersten Gliedes linker Hand der heruntergezogenen Klasse, und dividire damit in das Darüberstehende.

6) Mit dem Quotienten, welcher herauskommt, multiplicire man das vorige Doppelte des ersten Theils der Wurzel, setze dieses Produkt unter das erste Glied derselben heruntergezogenen Klasse.

7) Ferner die niedern Einheiten vom Quadrat des Quotienten schreibe man unter die Einheiten des zweyten Gliedes von der linken Hand der heruntergezogenen Klasse und die andern unter die des ersten Gliedes, addire solche zu denen vom vorigen No. 6 gefundenen Produkte. Ist nun die Summe so grofs, als das Darüberstehende vom Reste der ersten und das der zweyten Klasse zusammen genommen, so ist der angenommene Quotient der zweyte Theil. Ist sie aber gröfser, so vermindert man den Quotienten um eine oder mehrere Einheiten, und wäre sie im Gegentheil viel kleiner, so vermehrt man den Quotienten um eine oder mehrere Einheiten, bis man den Quotienten genau gefunden hat, und man keine Einheiten hätte mehr nehmen können. Die Summe nun subtrahire man von dem Darüberstehenden. Enthält die Gröfse mehr als zwey Klassen und ging auch nicht alles auf, so multiplicire man

8) die Einheiten, welche unter dem linker Hand zu äufsersten Gliede der vorigen Glieder zum Reste übrig geblieben sind, mit dem Theilungs-Exponenten, das Produkt addire man zu den Einheiten des nächst folgenden niedern Gliedes, ziehe die Glieder der nächsten Klasse herunter, betrachte die schon erhaltenen zwey Glieder der Wurzel als den ersten Theil derselben, nehme dieses doppelt und schreibe die niedern Einheiten davon unter die des ersten Gliedes

der heruntergezogenen Klasse, und die andern höhern weiter nach der Linken. Man dividire damit in das Darüberstehende, multiplicire mit dem eben nun erhaltenen neuen Quotienten das Doppelte der vorhergehenden Theile, die niedrigsten Einheiten dieses Produkts setze man unter die des ersten Gliedes der heruntergezogenen Klasse, und die höhern nach der linken Hand hin.

9) Hierauf nehme man das Quadrat dieses neuen Quotienten, schreibe dessen niedere Einheiten unter die des zweyten Gliedes der heruntergezogenen Klasse und die übrigen höhern nach der Linken, addire dieses und das darüberstehende Produkt zusammen und ziehe die Summe von dem letztern Reste und von der heruntergezogenen Klasse ab.

10) Man multiplicire ferner die Einheiten, welche etwa linker Hand unter dem äufsersten der vorigen Glieder als Rest übrig geblieben sind, und nehme die nun gefundenen Glieder und Theile der Wurzel als den ersten an, suche nach No. 5, 6, 7, 8 und 9 immer das folgende Glied oder den nächsten Theil der Wurzel.

Und so lassen sich denn überhaupt die bereits schon gefundenen Glieder oder Theile der Wurzel als den ersten betrachten, wodurch sich dann die immer unmittelbar folgenden Glieder nach eben den Regeln suchen lassen. Würde die Quadrat-Zahl nicht völlig aufgehen, sondern ein Rest bleiben, und sie wäre also irrational; so hänge man nach und nach Klassen von zwey Gliedern mit Null-Einheiten an, und suche nach eben den Regeln, wie oben, die Wurzeln, so weit, so scharf und so genau, als man will und als erfordert wird. Die nun nach dem Ganzen, nachdem man Klassen mit Gliedern Null-Theile enthaltend angefügt hatte, erhaltenen Theile und Glieder sind Theilungs-Exponenten-Brüche. Man sondere sie ebenfalls durch ein Semikolon von den Ganzen ab. Z. B.

(16)

a b

A) 15,02|03,01 ⌊15,09

16

90

15

240

2

242

$a^2 =$ 225

17

16

102

17

272

3

$2ab+b^2$ 275,01

$2a =$ 30

$2ab =$ 270

$b^2 =$ 5,01

$2ab+b^2 =$ 275,01

0

(72)

a b c d e f g h

B) 14,28|69,22|63,60|15,25|30,10,30,40

72 2490,63,60 2, 4, 8, 9

28 64, 28 32,14,38,49

98 1931,48 Wurzel

28 1236

10|36 1931,60,36

9 559,03,24

136 64,28,60

62 515,14,48

124 64

12 515,15,40

72 43,59,56

24 3096

84 g h

864 3155,56,15,25

69=c 64, 29,04

933,22=d 2576,10,16

64 22,16

641,28 2576,10,38,16

291,66 579,45,47,09

64.20 64,29,05,08

257,24 579,45,46,00

34,42 01,09

72 579,45,47,09

68 0

238

42

2490

(12)

C) 3|00,00|01;08,09,04 u. f.

1

2,00,00
24,00
2,08
21,04

2,08
24

32,00,00
3,04
30,00
6,09

30,06,09

1,05,03
12

17,03,00,00
3,05,08,04
13,10,01,08

3,04,10,08 u. f.

§. 15.

Es läfst sich auch die Quadrat-Wurzel nach ähnlichen Regeln, wie die zweyte Methode des Dividirens, aus Gröfsen von der ersten Ordnung, ausziehen. Sie sind folgende:

1) Man theile die unmittelbar auf einander folgenden Glieder einer gegebenen Gröfse in Klassen, von der Rechten gegen die Linke, und gebe jeder Klasse zwey Glieder.

2) Suche man in der Produkten-Tafel eine Quadratzahl, welche den Einheiten des einen, oder der beyden ersten Glieder der ersten Klasse, zur Linken, entweder selbst gleich, oder doch die zunächst kleinere sey; deren Wurzel dann der erste Theil, oder das erste Glied der

Wurzel ist. Das Quadrat dieses ersten Theils derselben subtrahire man von den Einheiten in den Gliedern der ersten Klasse.

3) Zu dem Reste nun ziehe man die Glieder der zweyten Klasse herunter; man nehme das Doppelte dieses ersten Theils der Wurzel, setze dessen niedere Einheiten unter die Einheiten des ersten Gliedes der heruntergezogenen Klasse und so die andern nach der Linken weiter.

4) Dividire man nun damit, nach der zweyten Methode, in die darüberstehenden Einheiten des Restes und der zweyten Klasse; der Quotient, den man erhält, ist der zweyte Theil oder das zweyte Glied, bey benamten Gröfsen vom nächst niedern Grade der Wurzel. Man multiplicire nun das Doppelte des ersten Theils oder Gliedes mit diesem neuen Quotienten, und setze dessen niedrigste Einheiten unter die des ersten Gliedes der heruntergezogenen Klasse: man nehme ferner das Quadrat dieses zweyten und neuen Theils der Wurzel und setze dessen niedere Einheiten unter die des zweyten Gliedes der heruntergezogenen Klasse.

5) Dieses und das erstere Produkt addire man zusammen; die Summe ziehe man von den in den Gliedern befindlichen Einheiten des letzten Restes und der zweyten Klasse ab, wenn solche nicht gröfser ist, als letztere Einheiten; sonst mufs man eine oder mehrere Einheiten zum Quotienten oder zweyten Theil weniger nehmen; oder ist diese Summe viel kleiner, so nehme man eine oder mehrere Einheiten zum Quotienten mehr, bis dafs die Summe nicht zu grofs und auch nicht zu klein ist, sich abziehen läfst, und ein Rest bleibt, der kleiner als der Divisor und eins ist.

6) Zu dem Reste ziehe man ferner die nächste Klasse herunter, wenn nämlich die Gröfse aus mehr als zwey Klassen besteht. Betrachte nun die bis jetzt erhaltenen zwey Glieder oder Theile der Wurzel als

den ersten Theil, nehme solchen doppelt, setze dessen niedrigste Einheiten unter die des ersten Gliedes der heruntergezogenen Klasse, dividire damit ebenfalls, nach der zweyten Methode, in die darüberstehenden Einheiten des Restes und der heruntergezogenen Klasse.

7) Mit dem Quotienten, dem dritten Theile oder dem dritten Gliede der Wurzel, multiplicire man das Doppelte der vorhergehenden Theile. Die niedrigsten Einheiten dieses Produkts schreibe man unter die des ersten Gliedes der heruntergezogenen Klasse.

Ferner nehme man das Quadrat des letzten Theils und schreibe dessen niedere Einheiten unter die des zweyten Gliedes der heruntergezogenen Klasse und die übrigen höhern nach der Linken hin; addire beydes zusammen und subtrahire es von dem Darüberstehenden.

8) Bleibt wiederum ein Rest, so setze man das Ausziehen der Wurzel nach den Regeln der vorhergehenden Nummern so weit fort, indem man alle Mal die vorhergehenden Theile als den ersten betrachtet, bis endlich alles aufgehet oder ein Rest bleibt.

Wenn man nun hieran immer nach und nach Klassen von zwey Gliedern mit Null-Theilen oder Einheiten anhängt; so kann man die Wurzel in Theilungs-Exponenten-Brüchen, so genau und scharf suchen, als man braucht und will.

(12)

a) 09,08|10,02 00,07|08,01 ⌊10,09,08,07
08,04

01,04,10,02
01, 8
01,03,00
6,09

01,03,06,09

01,03,05,00,07
01,09,06
01,02,04,00
05,04

01,02,04,05,04

01,00,07,03,08,01
01,09,07,04
01,00,07,03,04
04,01

01,00,07,03,08,01

0

(60)

b) 56,08|36,49|38,54 ⌊58,02,23;08,15 u. f.
56,04

04,36,49
01,56,02
03,52,04

44,45,38,54
01,56,04,23
44,29,40,49

15,58,05,00,00
01,56,04,46,08
15,28,38,09,04

29,26,50,56,00,00
01,56,04,46,16,15
29,01,11,34,03,45

25,39,21,56,15 u. f.

(20)

c) 7;00,00 ⌊02;12,18,06 u. f.
4

3,00,00
04,12
2,15,04

04,16,00,00
05,04,18
04,14,08,04

01,11,16,00,00
05,05,16,06
01,11,14,17,16

01,02,04 u. f.

Es werde die Quadrat-Wurzel aus 2 verlangt:

$$\begin{array}{lll} & {}^{(12)} & {}^{(12)} \\ a) & 2 & 2|00,00|00,00\ \lfloor 1;04,11,07\ldots\ldots \end{array}$$

1

1,00,00

2

08

1,04

09,04

02,08,00,00

02;08

02,05,04

10,01

02;06,02,01

01,09,11,00,00

02,09,10

01,07,08,10

04,01

01,07,09,02,01

02,01,09,11 u. s. f.

$$\sqrt{2} = {}^{(12)}1;04,11,07,09,01,07,00,10\ldots\ldots$$

$$\sqrt{\tfrac{1}{2}} = {}^{(12)}0;08,05,09,10,06,09,06,05\ldots\ldots$$

$$\sqrt{3} = {}^{(12)}1;08,09,04,11,09,09,01,07\ldots\ldots$$

$$\sqrt{\tfrac{3}{4}} = {}^{(12)}0;10,04,08,05,10,10,06,09\ldots\ldots$$

§. 16.

Wenn aus einem Theilungs-Exponenten-Bruche die Quadrat-Wurzel zu ziehen ist; so muſs die Anzahl der Glieder hinter dem Semikolon gerade seyn: d. i. sich durch zwey theilen lassen. Auſserdem wenn dieses

nicht ist, so mufs man noch ein Glied, rechter Hand, mit Null-Theilen anfügen, betrachtet ihn alsdann als ein Ganzes, ziehet daraus die Wurzel, und giebt dieser halb so viele Glieder nach dem Semikolon, als die Quadrat-Zahl hatte. Z. B.

$$\sqrt[(12)]{00;03,04,08} = \frac{\sqrt[(12)]{03,04,08,00}}{\sqrt{01,00,00,00,00}} = \frac{\sqrt[(12)]{03,04,08,00}}{1,00,00}.$$

$$\sqrt[(16)]{00;00,00,00,04} = \frac{\sqrt[(16)]{04}}{\sqrt{01,00,00,00,00}} = \frac{\sqrt[(16)]{04}}{1,00,00} = \frac{2}{1,00,00} = 00;00,02.$$

§. 17.

Man soll aus folgender benamten Gröfse die Quadrat-Wurzel ziehen: Z. B. $5^{I},03^{II},04^{III},00^{IV},03^{V}$. Hier sollen die Einheiten des Gliedes vom 4ten Grade Quadrat-Zolle seyn: folglich die vom 2ten Grade $\square^{I}$ und die vom 5ten multiplicirt mit dem Theilungs-Exponenten $12 = \square^{III}$

folglich: $\sqrt[(12)]{5^{I},03^{II},04^{III},00^{IV},03^{V}} = \sqrt[(12)]{5^{I},03^{II},04^{III},00^{IV},03^{V},00^{VI}}$.

$5^{I},03^{II}|04^{III},00^{IV}|03^{V},00^{VI}\ \lfloor 07^{I},11^{II},06^{III}$

$4^{I},01^{II}$

$01^{I},02^{II},04^{III},00^{IV}$

$01,\ 02,\ 11^{II}$

$01^{I},01^{II},08^{III},01^{IV}$

$07^{III},11^{IV},03^{V},00^{VI}$

$01,\ 03,\ 10,\ 06^{III}$

$07^{III},11^{IV},03^{V},00^{VI}$

0

§. 18.

Unter die hier mit vorzukommen pflegenden Aufgaben ist auch unter andern diese, den Flächen-Inhalt eines Dreyecks zu finden, wenn

dessen drey Seiten nach einem Maafse, nach einer gleichförmigen Eintheilung gegeben sind, zu rechnen.

Wenn die drey Seiten a, b und c in Fufsen, Zollen und Linien gegeben sind; so ist die bekannte Formel nach Herrn Vega's logar. trigon. Tafeln und Herrn Kästners Trigonometrie, den Flächen - Inhalt eines Dreyecks zu finden, folgende: Flächen - Inhalt von $\triangle$ a b c $=$ T $= \sqrt{\left(\left[\frac{a+b+c}{2}\right]\cdot\left[\frac{a+b-c}{2}\right]\cdot\left[a+c-b\right]\cdot\left[\frac{c+b-a}{2}\right]\right)}$. Das ist, man nehme die halbe Summe von den drey Seiten $= \frac{a+b+c}{2}$, multiplicire diese mit der halben Summe der drey Seiten, weniger der einen Seite $c = \frac{a+b+c}{2} - c = \frac{a+b-c}{2}$; dieses Produkt mit der halben Summe der drey Seiten weniger der Seite $b = \frac{a+b+c}{2} - b = \frac{a-b+c}{2}$; endlich mit der halben Summe der drey Seiten weniger der Seite $a = \frac{a+b+c}{2} - a = \frac{b+c-a}{2}$; aus dem von diesen vier Faktoren entstehenden Produkte ziehe man endlich die zweyte Wurzel; so ist diese der Flächen - Inhalt des Dreyecks. Es sey z. B.

(12)

$$a = 09^{I},04^{II},06^{III}$$
$$b = 07^{I},06^{II},00^{III}$$
$$c = 05^{I},07^{II},06^{III}$$

$$a+b+c = 22^{I},06^{II},00^{III}$$
$$\frac{a+b+c}{2} = 11^{I},03^{II},00^{III}$$
$$\frac{a+b-c}{2} = 05^{I},07^{II},06^{III}$$
$$\frac{a+c-b}{2} = 03^{I},09^{II},00^{III}$$
$$\frac{b+c-a}{2} = 01^{I},10^{II},06^{III}$$

$$\frac{a+b+c}{2} = 11^{I},\ 03^{II},00^{III}$$

$$\frac{a+b-c}{2} = 05^{I},\ 07^{II},06^{III}$$

$$05^{III},07^{IV},06^{V},00^{VI}$$

$$06^{II},06^{III},09^{IV},00^{V}$$

$$\left(\frac{a+b+c}{2}\right).\left(\frac{a+b-c}{2}\right) = \frac{04^{I},08^{II},03^{III},00^{IV}}{05^{I},03^{II},03^{III},04^{IV},06^{V},00^{VI}}$$

$$\frac{a-b+c}{2} = 03^{I},\ 09^{II},00^{III}$$

$$\frac{b-a+c}{2} = 01^{I},\ 10^{II},06^{III}$$

$$01^{III},10^{IV},06^{V},00^{VI}$$

$$03^{II},01^{III},06^{IV},00^{V}$$

$$\left(\frac{b-a+c}{2}\right).\left(\frac{a-b+c}{2}\right) = \frac{03^{II},09^{III},00^{IV}}{07^{II},00^{III},04^{IV},06^{V},00^{VI}}$$

$$05^{I},\ 03^{II},\ 03^{III},04^{IV},06^{V},\ 00^{VI}$$

$$07^{II},\ 00^{III},04^{IV},06^{V},\ 00^{VI}$$

$$02^{V},07^{VI},07^{VII},08^{IIX},03^{IX},00^{X},00^{XI},00^{XII}$$

$$01^{IV},09^{V},01^{VI},01^{VII},06^{IIX},00^{IX},00^{X}$$

$$03^{II},00^{III},10^{IV},11^{V},07^{VI},06^{VII},00^{IIX}$$

$$03^{II}|01^{III},00^{IV}|11^{V},04^{VI}|03^{VII},02^{IIX}|03^{IX},00^{X}|00^{XI},00^{XII}$$

$$01$$

Quotient $01^{I},09^{II},01^{III},01^{IV},06^{V},00^{VI}$

$$02^{II},01^{III},00^{IV}$$

$$02^{I},\ 09^{II}$$

$$02^{II},00^{III},09^{IV}$$

$$03^{IV},11^{V},04^{VI}$$

$$03^{I},\ 06^{II},01^{III}$$

$$05^{V},03^{VI},03^{VII},02^{IIX}$$

$$03^{V},06^{VI},02^{VII},01^{IIX}$$

$$01^{V},09^{VI},01^{VII},01^{IIX},03^{IX},00^{X}$$

$$03^{I},\ 06^{II},\ 02^{III},02^{IV},06^{V}$$

$$01^{V},09^{VI},01^{VII},01^{IIX},03^{IX},00^{X}$$

$$0$$

§. 19.

Aus einer in Zahlen gegebenen Gröfse von der ersten Ordnung die dritte oder die Kubik-Wurzel zu ziehen.

a) Theile man die Gröfse von der Rechten gegen die Linke in Klassen, und gebe jeder Klasse drey Glieder. Wenn nun die erste Klasse zur Linken mehr als ein Glied enthalten sollte; so multiplicire man die Einheiten des ersten Gliedes linker Hand mit dem Theilungs-Exponenten, und addire solches Produkt zu den Einheiten des nächstfolgenden zweyten Gliedes. Folgte hierauf noch ein Glied in dieser Klasse, so multiplicire man diese Summe ebenfalls mit dem Theilungs-Exponenten, und addire dieses Produkt zu den Einheiten des dritten oder letzten Gliedes dieser Klasse.

b) Suche man nun aus dieser Zahl die Wurzel, welche in den bekannten Kubik-Tafeln und auch durch das gewöhnliche Ausziehen der Kubik-Wurzel nach der Dekadik zu finden ist, und die niemals so grofs als der Theilungs-Exponent seyn kann. Diese Wurzel oder der Quotient ist nun der erste Theil der auszuziehenden Wurzel.

c) Nehme man dessen Kubus und ziehe ihn von der Zahl, als den Einheiten der ersten Klasse ab, welcher er entweder gleich oder zunächst kleiner ist.

d) Die zum Reste übrig gebliebenen Einheiten multiplicire man mit dem Theilungs-Exponenten, ziehe die nächstfolgende Klasse herunter, und addire dieses Produkt zu den Einheiten des erstern Gliedes der heruntergezogenen Klasse.

e) Nehme man hierauf das dreyfache Quadrat des ersten Theils, setze dessen Einheiten unter die des ersten Gliedes der heruntergezogenen Klasse, und dividire damit nach der ersten Methode in die darüberstehende Anzahl Einheiten.

f) Hierauf multiplicire man das dreyfache Quadrat des ersten Theils mit dem Quotienten, als dem zweyten Theile und setze dessen Einheiten unter die des ersten Gliedes linker Hand der heruntergezogenen Klasse.

g) Nehme man das Dreyfache des ersten Theils, multiplicire solches mit dem Quadrate des zweyten Theils, und setze die niedrigsten Einheiten dieses Produkts unter die des zweyten Gliedes der heruntergezogenen Klasse, die höheren Einheiten linker Hand unter die des vorigen Produkts.

h) Ferner die niedern Einheiten von dem Kubus des zweyten Theils schreibe man unter die des dritten Gliedes der heruntergezogenen Klasse, und die übrigen unter die vorigen Produkte.

i) Alsdann addire man diese drey Produkte zusammen und ziehe die Summe von den darüberstehenden Einheiten des Restes und den der zweyten heruntergezogenen Klasse, ab; wenn nämlich solche nicht gröfser ist als diese; aufserdem, wenn sie dieses ist, mufs man eine oder mehrere Einheiten zum Quotienten weniger nehmen, nach f, g und h die Produkte suchen, und deren Summe subtrahiren. Wenn aber solche viel zu klein ist; so nehme man eine oder mehrere Einheiten mehr zum Quotienten, suche ebenfalls nach f, g und h die Produkte, deren Summe man von den Einheiten des Restes und der heruntergezogenen Klasse subtrahirt, bis man den rechten Quotienten gefunden und weder zu wenig noch zu viel genommen hat.

k) Bleibt nun hierauf wieder ein Rest und enthält die Gröfse noch mehrere Klassen; so multiplicire man die unter dem äufsersten Gliede des vorigen Restes übrig gebliebenen Einheiten mit dem Theilungs-Exponenten, setze das Produkt unter die ebenfalls übrig gebliebenen nächst niedern Einheiten, addire solche zusammen, ziehe alsdann die nächste Klasse herunter, betrachte die eben gefundenen Theile

der Wurzel als den ersten Theil, nehme das dreyfache Quadrat desselben, setze dessen niedrigste Einheiten unter die des ersten Gliedes der eben heruntergezogenen Klasse, und dividire nach der ersten Methode in die darüber befindlichen Einheiten.

Der Quotient, den man erhält, ist der dritte Theil der Wurzel; damit multiplicire man das dreyfache Quadrat der vorigen Theile, setze die niedrigsten Einheiten dieses Produkts unter die des ersten Gliedes der eben heruntergezogenen Klasse; ferner die niedrigsten Einheiten des Produkts aus dem Dreyfachen der ersteren Theile und dem Quadrate des letztern unter die des zweyten Gliedes der heruntergezogenen Klasse, und endlich unter die des dritten Gliedes derselben die niedrigsten Einheiten von des letztern Theiles Würfel: addire diese drey Produkte zusammen und subtrahire solche Summe von den darüber befindlichen Einheiten des Restes und der heruntergezogenen Klasse, wo entweder alles aufgeht, oder wieder ein Rest bleibt.

l) Sieht man die eben bereits gefundenen Theile stets als den ersten an, multiplicirt auch die etwa jedes Mal unter dem äufsersten Gliede der letztern Summe übrig gebliebenen Einheiten, wie vorhin, mit dem Theilungs-Exponenten und addirt solches nun zu den nächst niedern Einheiten; nimmt man ferner alle Mal das dreyfache Quadrat davon, dividirt damit, wie oben, in den Rest und in die heruntergezogenen Klassen, so Einheiten enthalten; oder wenn man, nach und nach, Klassen von drey Gliedern mit Null-Einheiten anhängt, und übrigens nach den vorhergehenden Regeln verfährt; so kann man die Würfel so weit und so genau suchen, als erfordert wird.

Uebrigens schneide man so viele Glieder der Wurzel, als man Klassen von drey Gliedern mit Null-Theilen angefügt hat, rechter Hand, von den andern ab, welches keine Ganzen, sondern Theilungs-Exponenten-Brüche sind. Z. B.

(18) (18)

A) 15,04|02,11,12|02,02,04 03,02,08 ⌊06,08,10,10

90

184

274

216

58

18

464

582

1046,11,12

108

864

64,00

1,10,08

929,10,08

117,01,04

18

936

1171

2107,04,02,02,04

124, 10,12

1245,16,12

5,17,07,06

03,01,10

1251,16,04,07,10

855,05,15,12,12

6, 4

06,08,16,14

855,05,15,12,12

125,14,03,10,12

754,13,03,10,00

2,02,15,06,00

12,00

756,16,01,10,00

98,07,14,02,12

18

784

987

1771,14,02,12,03,02,08

126, 09,03,00,12

1265,01,12,06,12

6,00,04,02,12

03,01,10

1265,07,12,10,17,13,10

506,06,08,01,03,06,16

126,10,06,12,06,04,12

506,05,08,13,07,00,12

17,05,14,02,12

03,10

506,06,08,01,03,06,16

0

(16)

B) 13|00,00,00⌊02;06,00,06 u. f.

8

5

80,00,00

12

72

6,12

13,08

70,09,08

06,08

96

104,00,00,00,00,00,00

15,14,12,00,00

95,08,08,00,00

01,00,00,08,00

13,08

95,09,08,00,08,13,08

08,06,07,15,07,02,08 u. f.

Um aus folgender benamten Gröfse die Kubik-Wurzel ziehen zu können, mufs man noch zwey Glieder mit Null-Theilen anhängen, damit die letztere Klasse vollständig werde, und der Graden-Exponent des letzten Gliedes sich durch drey theilen lasse.

$11^{II},09^{III},10^{IV},09^{V},09^{VI},07^{VII},08^{IIX},04^{IX},03^{X}$

$= 11^{II},09^{III},10^{IV},09^{V},09^{VI},07^{VII},08^{IIX},04^{IX},03^{X},00^{XI},00^{XII}$

$XX^{II},09^{III}|10^{IV},09^{V},09^{VI}|07^{VII},08^{IIX},04^{IX}|03^{X},00^{XI},00^{XII}$

132

141^{III} Wurzel $5^{I},02^{II},07^{III},01^{IV}$; u. f.

125

16

32

10

$202^{IV},09^{V},09^{VI}$

75

150

5, 00, 08

$155^{IV},00^{V},08^{VI}$

$47^{IV},09^{V},01^{VI}$

9 4

$573^{V},01^{VI},07^{VII},08^{IIX},04^{IX}$

80, 01, 00

$560^{V},07^{VI},00^{VII}$

$5^{V},03^{VI},03^{VII},06^{IIX}$

$02^{VII},04^{IIX},07^{IX}$

$565^{V},10^{VI},05^{VII},10^{IIX},07^{IX}$

$7^{V},03^{VI},01^{VII},09^{IIX},09^{IX}$

84

$87^{VI},01^{VII},09^{IIX},09^{IX},03^{X},00^{XI},00^{XII}$

81^{V}, 08, 02, 00, 03

01, 03, 07, 09, 01

87, 08, 03, 03, 10, 09, 01

$5^{VI},05^{VII},06^{IIX},05^{IX},04^{X},02^{XI},11^{XII}$ u. f.

§. 20.

Gleichwie sich die Quadrat-Wurzel aus einer Gröfse auf eine bequemere und kürzere Weifse ausziehen läfst, eben so kann man auch die Kubik-Wurzel bequemer und kürzer finden, wenn man Produkten-Tafeln hat und gebraucht. Man verrichte es wie folgt:

1) Theile man die gegebene Gröfse von stetiger Eintheilung, von der Rechten gegen die Linke, in Klassen, und gebe jeder drey Glieder.

2) Suche man in der Produkten-Tafel, wo auch die Kubik-Zahlen beygesetzt sind, eine Kubik-Zahl, welche den Einheiten in den Gliedern der ersten Klasse entweder gleich oder doch zunächst kleiner ist. Die Kubik-Wurzel aus dieser Zahl ist nun der erste Theil oder das erste Glied der auszuziehenden Wurzel, man subtrahire solche Kubik-Zahl von den Einheiten in den Gliedern der ersten Klasse.

3) Zu dem bleibenden Reste ziehe man die nächstfolgende Klasse herunter, nehme das dreyfache Quadrat des ersten Theils, setze dessen niedrigste Einheiten unter die des ersten Gliedes der heruntergezogenen Klasse und die höheren linker Hand, und dividire damit nach der zweyten Methode in die darüberstehenden Einheiten des Restes und der zweyten oder der heruntergezogenen Klasse.

4) Mit dem erhaltenen Quotienten, der nicht zu grofs und nicht zu klein seyn darf, und welcher der zweyte Theil oder das andere Glied ist, multiplicire man das dreyfache Quadrat des ersten Theils und schreibe die niedrigsten Einheiten dieses Produkts unter die des ersten Gliedes der heruntergezogenen Klasse, und die höhern nach der linken Hand hin.

5) Nehme man den dreyfachen ersten Theil, multiplicire ihn mit dem Quadrat des neuen Quotienten, setze die niedrigsten Einheiten dieses Produkts unter die des zweyten Gliedes der heruntergezogenen Klasse

und die höheren unter die des vorigen Produkts. Oder was mit No. 4 und 5 einerley ist: man nehme das dreyfache Produkt aus dem ersten und dem andern Theil, multiplicire es mit dem ersten plus dem andern, und setze nun die niedrigsten Einheiten davon unter die des zweyten Gliedes der eben heruntergezogenen Klasse und die übrigen höhern nach der Linken hin.

6) Alsdann den Würfel des neuen Quotienten, setze dessen niedrigste Einheiten unter die des dritten Gliedes, die höhern linker Hand. Diese Produkte addire man nun zusammen und ziehe die Summe von den darüberstehenden Einheiten des Restes und der heruntergezogenen Klasse ab.

7) Zu dem Reste ziehe man die nächstfolgende Klasse herunter, betrachte die gefundenen Glieder oder Theile als den ersten Theil, nehme davon das dreyfache Quadrat und setze desselben niedrigste Einheiten unter die des ersten Gliedes der eben heruntergezogenen Klasse, die höhern nach der Linken hin; alsdann dividire man nach der zweyten Methode mit diesem Produkt in die Einheiten des Restes und der heruntergezogenen Klasse; der Quotient ist der dritte Theil.

Man nehme nun das dreyfache Produkt aus dem ersten Theile, den vorhergehenden Gliedern und dem letztern, dem dritten Gliede, multiplicire es mit allen vorhergehenden plus dem letztern Gliede, schreibe die niedrigsten Einheiten davon unter die des zweyten Gliedes der heruntergezogen Klasse: alsdann setze man die niedrigsten Einheiten von dem Würfel des letztern Theils unter die des dritten und letzten Gliedes der heruntergezogenen Klasse, addire diese Produkte zusammen und subtrahire die Summe von den Einheiten des Restes und der heruntergezogenen Klasse.

8) Hat die Gröfse noch mehrere Klassen und bleibt wieder ein Rest, so ziehe man die andern auch nach und nach herunter; auch wenn keine

Klassen mehr vorhanden sind und doch auch ein Rest bleibt, folglich die Gröfse irrational ist, so hänge man Klassen mit drey Gliedern von Null-Theilen nach und nach an, betrachte immer sowohl bey jenem als bey diesem die bereits gefundenen Glieder und Theile als den erstern und verfahre dann übrigens eben so wie bey dem Vorhergehenden, wo man die Wurzel so genau und scharf suchen kann als nöthig ist.

Anmerk. Ist die Gröfse benamt, woraus die Kubik-Wurzel zu ziehen ist; so beobachte man das unter §. 12 und §. 13 von den Graden-Exponenten Angeführte, ehe man die Wurzel auszieht.

(36)

a) 27,07,32|35,13,26|10,23,31|26,06,08

25,10,08

01,33,24,35,13,26 Quot. 32,28,24,20.

02,13,12

01,30,13,12

01,22,02,24

16,33,28

01,31,35,31,21,28

01,25,03,27,34,10,23,31

02,17,19,05,12

01,23,25,35,09,12,00

10,24,00

01,23,25,35,09,22,24,00

01,13,28,24,23,35,31,26,06,08

02,17,22,28,17,12,00

01,13,28,24,23,35,31,20,00

06,06,08

01,13,28,24,23,35,31,26,06,08

0

$$\sqrt[3]{00;25,37,48,39} = \frac{\sqrt[3]{25,37,48,39,00,00}}{1,00,00,00,00,00}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{25,37,48,39,00,00}}{1,00,00}$$

b) 25,37,48 | 39,00,00 | 00;45,11,14 u. s. w.
25,18,45

19,03,39,00,00
01,41,15
18,38,17,15
22,11

18,38,17,37,11

25,21,22,49,00,00,00
01,42,04,36,03
23,49,11,47,29,48
45,44

23,49,11,47,30,33,44

01,32,11,01,29,26,16 u. s. w.

§. 21.

Das ganze Verfahren beym Dividiren und Ausziehen der Quadrat- und Kubik-Wurzel nach der zweyten Methode ist sehr wenig von dem gewöhnlichen nach der Dekadik verschieden.

§. 22.

Man hoffet, jeder werde sich nun alle diese Regeln durch einiges Ueben hinlänglich zu eigen machen können, und sich dann in jedem Falle zu helfen wissen.

Was die arithmetischen und geometrischen Proportionen und Progressionen, die verschiedenen figurirten und figürlichen Zahlen und ihre

Summirung betrifft; so glaube ich, man wird ihre Regeln und Formeln auch auf jede dergleichen Eintheilungen anzuwenden wissen, wenn man nur die bis jetzt gegebenen Regeln vor Augen hat.

§. 23.

Es wird nun im Nachfolgenden gezeigt werden, wie man alle die Gröſsen, welche in den Theilen der Mathematik am meisten vorkommen, und also auch deren Funktionen, die in unendliche Reihen entwickelt sind, welche Reihen zeither nur für die dekadische Eintheilung nach unendlichen Decimal-Brüchen bestimmt worden sind, auch für jede Art Eintheilung, wo der Theilungs-Exponent festgesetzt ist, nach Theilungs-Exponenten-Brüchen bestimmen könne; und, wenn die Rechnungen mit dergleichen Eintheilungen gehörig genutzt werden sollen, auch darnach bestimmen müsse.

VON DEN

IN DEN THEILEN

DER HÖHERN MATHEMATIK

VORKOMMENDEN GRÖSSEN,

UND DEREN ENTWICKELUNG

IN UNENDLICHE THEILUNGS-EXPONENTEN-BRÜCHE.

DES ERSTEN THEILS ZWEYTE ABTHEILUNG.

I. KAPITEL.

Von den Logarithmen der Gröſsen von stetiger Eintheilung.

§. 1.

Es würde überflüssig seyn, die Grund-Sätze und General-Regeln der Logarithmen, und den Beweis der Formeln hier anzuführen, da solche im Allgemeinen genommen von jedem Systeme gelten, und in jedem Lehrbuche, das von den höheren Rechnungen handelt, anzutreffen sind. Man wird sich daher blos auf dasjenige, was hier besonders in Rücksicht auf die verschiedenen Eintheilungen, deren jedesmaliger beständiger Theilungs-Exponent bestimmt ist, auf die Berechnung der Logarithmen nach diesen, zu erwähnen vorkommt, einschränken.

§. 2.

Die bekannte, in meinen Augen bequemste, und durch bloſses Substituiren, ohne Anwendung der Differenzial-Rechnung, erhaltene Formel des Herrn *G. Vega*, den Logarithmus einer Zahl, als auch den Zuwachs, den jener erhalten muſs, wenn diese um eine gewisse Quantität zunimmt, zu berechnen, ist folgende:

$$\log(1+x)-\log(1-x)=\log:\left(\frac{1+x}{1-x}\right)=2A\left(x+\tfrac{1}{3}x^3+\tfrac{1}{5}x^5+\tfrac{1}{7}x^7+\tfrac{1}{9}x^9+\ldots.\right)$$

Man setze nun, es sey $x=\frac{d}{2n+d}$, so ist nach gehöriger Substitution

$$\log\binom{n+d}{n}=2A.\left(\frac{d}{2n+d}+\frac{d^3}{3(2n+d)^3}+\frac{d^5}{5(2n+d)^5}+\frac{d^7}{7(2n+d)^7}++\ldots\right)$$

$$\text{nämlich } \log(n+d)-\log n=2A\left(\frac{d}{2n+d}+\frac{d^3}{3(2n+d)^3}+\frac{d^5}{5(2n+d)^5}+\frac{d^7}{7(2n+d)^7}++\ldots\right)$$

$$\text{und endlich } \log(n+d)=\log n+2A\left(\frac{d}{2n+d}+\frac{d^3}{3(2n+d)^3}+\frac{d^5}{5(2n+d)^5}++\ldots\right)$$

Es sey nun $n = 1$ und auch $d = 1$, so ist

$$\log 2 = 2A.\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3\cdot 3^3} + \frac{1}{5\cdot 3^5} + \frac{1}{7\cdot 3^7} + \frac{1}{9\cdot 3^9} + + \ldots\right)$$

$$= 2A.\left(\frac{\overset{a}{1}}{3} + \frac{\overset{b}{a}}{3\cdot 3^2} + \frac{\overset{c}{3b}}{5\cdot 3^2} + \frac{\overset{d}{5c}}{7\cdot 3^2} + \frac{\overset{e}{7}}{9}\frac{d}{3^2} + \ldots\right)$$

Es ist aber, wenn der Theilungs-Exponent 12 ist,

$$\frac{1}{3} = 00;04,00,00,00,00,00,00,00,00 = a$$

$$+\frac{1}{3\cdot 3^3} = \frac{1}{3}\frac{a}{9} = 00;00,01,09,04,00,00,00,00,00 = b$$

$$+\frac{1}{5\cdot 3^5} = \frac{3}{5}\frac{b}{9} = 00;00,00,01,05,00,09,07,02,04 = c$$

$$+\frac{1}{7\cdot 3^7} = \frac{5}{7}\frac{c}{9} = 00;00,00,00,01,04,03,00,06,10 = d$$

$$\frac{1}{9\cdot 3^9} = \frac{7}{9}\frac{d}{9} = 00;00,00,00,00,01,04,10,03,04 = e$$

$$\frac{1}{11\cdot 3^{11}} = \frac{9}{11}\frac{e}{9} = 00;00,00,00,00,00,01,06,04,08 = f$$

$$\frac{1}{13\cdot 3^{13}} = \frac{11}{13}\frac{f}{9} = 00;00,00,00,00,00,00,01,08,09 = g$$

$$\frac{1}{15\cdot 3^{15}} = \frac{13}{15}\frac{g}{9} = 00;00,00,00,00,00,00,00,02,00 = h$$

$$\frac{1}{17\cdot 3^{17}} = \frac{15}{17}\frac{h}{9} = 00;00,00,00,00,00,00,00,00,02 = i$$

00;04,01,10,10,06,07,02,04,01

multiplicirt mit 2 A

folglich $\log 2 = A.00;08,03,09,09,01,02,04,08,03$

Setzet man nun ferner $n = 2$ und $d = 1$, so ist

$$\log 3 = \log 2 + 2\,A\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3\cdot 5^3} + \frac{1}{5\cdot 5^5} + \frac{1}{7\cdot 5^7} + + \ldots\right)$$

(12)

$$= A.00;08,03,09,09,01,02,04,08,03$$
$$+ A.00;04,10,04,07,08,08,03,09,10$$
$$= A.01;01,02,02,04,09,10,08,06,01$$

Oder setzt man $n = 1$ und $d = 2$, so ist, wenn der Theilungs-Exponent immer 12 ist

$$\log 3 = 2\,A.\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3\cdot 2^3} + \frac{1}{5\cdot 2^5} + \frac{1}{7\cdot 2^7} + + \ldots\right)$$

$$\log 4 = \log 2^2 = 2\log 2 = A.01;04,07,07,06,02,04,09,04,06$$

$$\log 5 = \log 4 + 2\,A.\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{3\cdot 9^3} + \frac{1}{5\cdot 9^5} + \frac{1}{7\cdot 9^7} + \frac{1}{9\cdot 9^9} + + \ldots\right)$$
$$= A.01;07,03,09,01,03,07,10,03,02$$

$$\log 6 = \log 2.3 = \log 2 + \log 3 = A.01;09,06,00,01,11,01,01,02,04,09$$

$$\log 7 = \log 5 + 2\,A.\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3.6^3} + \frac{1}{5.6^5} + \frac{1}{7.6^7} + \frac{1}{9.6^9} + + \ldots\right)$$
$$= A.01;11,04,02,06,04,08,06,00,08$$

$$\log 8 = \log 2^3 = 3.\log 2 = A.02;00,11,05,03,03,07,02,00,10$$

$$\log 9 = \log 3^2 = 2.\log 3 = A.02;02,04,04,09,07,09,05,00,03$$

$$\log 10 = \log 2.5 = \log 2 + \log 5 = A.02;03,07,06,10,04,10,02,11,05$$

$$\log 11 = \log 7 + 2\,A.\left(\tfrac{2}{9} + \tfrac{1}{3}.(\tfrac{2}{9})^3 + \tfrac{1}{5}.(\tfrac{2}{9})^5 + \tfrac{1}{7}.(\tfrac{2}{9})^7 + + \ldots\right)$$
$$= A.2;04,09,03,06,09,00,10,02,09$$

$$\log 1{,}00 = \log 3.4 = \log 3 + \log 4$$
$$= A.2;05,09,09,11,00,03,05,10,08,01,00,09,03,07$$

$$\log 1{,}01 = \log 11 + 2\,A.\left(\frac{1}{1{,}00} + \frac{1}{3}.\frac{1}{(1{,}00)^3} + \frac{1}{5}.\frac{1}{(1{,}00)^5} + \frac{1}{7}.\frac{1}{(1{,}00)^7} + + + \ldots\right)$$
$$= A.02;06,09,04,02,09,05,08,01,05$$

$$\log 1{,}02 = \log 2.7 = \log 2 + \log 7 = A.02;07,08,00,03,05,10,10,09,05,09,00$$

$$\log 1{,}03 = \log 3.5 = \log 3 + \log 5 = \text{u. s. w.}$$

§. 3.

Diese Logarithmen sind für diese Art Eintheilung allgemein, und wenn man der Gröfse A einen unveränderlichen und bestimmten Werth beylegt, so bestimmt man dadurch das System. Diesen Werth von A nenne man auch, gleichwie bey der dekadischen Eintheilung und den bis jetzt bekannten Logarithmen, das *Model* oder *Mafs*. Ebenfalls, wie bey letztern ist es am natürlichsten und dem Ganzen am angemefsensten, auch selbst die Natur der Logarithmen erfordert es; dafs man A = 1 setzt, damit obige Logarithmen unverändert bleiben können.

Wir wollen sie auch aus diesen Gründen, wie bey den gewöhnlichen Logarithmen, natürliche Logarithmen für und nach dieser Art von stetiger Eintheilung nennen, das heifst: dieser Eintheilung ihre *ächte natürliche Logarithmen*.

§. 4.

Um nun gleichfalls gemeine Logarithmen für und nach dieser Art Eintheilung, oder wie man sie hinführo nennen wird, die *ächten gemeinen Logarithmen* dieser Eintheilung, zu bestimmen; so nehme man den Theilungs-Exponenten als die Grund-Zahl oder eigentliche Basis an, nemlich man setzt log. vulg. β = log. vulg. 12 = 1.

§. 5.

Aus diesem Bestimmungs-Grunde läfst sich nun das Model für dieses System finden, und für die Gröfse A ein solcher Werth angeben, dafs, wenn man die eben gefundenen allgemeinen Logarithmen mit demselben multiplicirt, man die ächten gemeinen, den Briggischen ähnliche, Logarithmen für diese Art Eintheilung, wo 12 der Theilungs-Exponent ist, erhält, und zwar auf folgende Weise.

Anmerk. Man bezeichne dergleichen ächte gemeine Logarithmen mit Lvlg. zum Unterschiede von den gewöhnlichen der Dekadik log. vulg.; so auch die ächten natürlichen mit Lnt. oder blofs L im Gegentheil von den gewöhnlichen natürlichen nach der Dekadik log. nat.

Es sey das Model A der ächten gemeinen Logarithmen = m, so ist

$$\text{Lvlg } \beta = \text{Lvlg } 1{,}00 = \text{m.}\ \overset{(12)}{02;05,09,09,11,00,03,05,10,08,01}$$

Es ist aber Lvlg 1,00 = 1

folglich auch $\text{m.}\ \overset{(12)}{02;05,09,09,11\ldots\ldots} = 1$

und daher $\text{m} = \dfrac{1}{02;05,09,09,11\ldots\ldots}$

oder $\text{m} = \dfrac{1}{\overset{(12)}{00;04,09,11,04,09,04,04,03,11,08,05,02,03}}$

Multiplicirt man nun hiermit die vorhin erhaltenen allgemeinen ächten natürlichen Logarithmen, so erhält man die ächten gemeinen davon, nach denselbigen Gesetzen, wie die briggischen Logarithmen zur dekadischen Eintheilung. Z. B.

00;08,03,09,09,01,02,04,08,03 × 00;04,09,11,04,09 . . . . .
= 00;03,04,02,00,01,11,02,00,11,08 = Lvlg 2
01;01,02,02,04,09,10,08,06,01 × m
= 00;05,03,07,11,08,01,07,10,00,08 = Lvlg 3
01;07,03,09,01,03,07,10,03,02 × m
= 00;07,09,03,02,04,10,05,01,10,00 = Lvlg 5
01;11,04,02,06,04,08,06,00,08 × m
= 00;09,04,09,02,02,03,08,06,10,10 = Lvlg 7
02;04,09,03,06,09,00,10,02,09 × m
= 00;11,06,11,05,10,10,10,09,03,05 = Lvlg 11
02;05,09,09,11,00,03,05,10,08,01 × 00;04,09,11,04,09,04,04,03,11,08,05,02,03
= 01,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00 = Lvlg 1,00

wenn man 10 Glieder nach dem Semikolon beybehält, u. s. w.

§. 6.

Man sieht hieraus, dafs, wenn man nach einer Eintheilung die ächten gemeinen Logarithmen der Zahlen für die nämliche Eintheilung verlangt, man erst ihre ächten natürlichen Logarithmen suchen, und dann diese mit dem Model (hier wo der Theilungs-Exponent 12 ist, mit 00;04,09,11,04,09, ...) multipliciren müsse.

§. 7.

Man verwandelt daher also die ächten natürlichen Logarithmen einer Zahl, oder Gröfse von stetiger Eintheilung, in ihre ächten gemeinen

Logarithmen, wenn man jene mit dem Model, welcher ein Theilungs-Exponenten-Bruch ist, multiplicirt, und der entstehet, wenn man 1 durch den natürlichen Logarithmus des Theilungs-Exponenten dividirt.

Hingegen werden die ächten gemeinen Logarithmen in die ächten natürlichen verwandelt, wenn man erstere mit dem ächten natürlichen Logarithmus des Theilungs-Exponenten multiplicirt.

$$\text{Lnt}\,\beta : \text{Lvlg}\,\beta = \text{Lnt}\,x : \text{Lvlg}\,x$$

$$\text{num ist Lvlg}\,\beta = 1 \text{ folglich}$$

$$\text{Lnt}\,\beta : 1 = \text{Lnt}\,x : \text{Lvlg}\,x$$

$$\text{Lvlg}\,x = \frac{1.\ \text{Lnt}\,x}{\text{Lnt}\,\beta} = \text{Lnt}\,x.\ m$$

$$\text{Lnt}\,x = \text{Lvlg}\,x.\ \text{Lnt}\,\beta$$

§. 8.

Würde man nun auf die Weise die Logarithmen der ganzen Zahlen für eine Art stetiger Eintheilung berechnen und beyde, sowohl die ächten natürlichen, als ächten gemeinen Logarithmen, jede besonders in Tafeln nach einander schreiben; so würde man ebenfalls solche Logarithmen-Tafeln erhalten, die von eben dem Gebrauch und Nutzen für diese Art Eintheilung wären, wie die briggischen für die dekadische Eintheilung.

Anmerk. Zur bequemen und schnellen Verwandelung beyder Logarithmen verfertige man sich die Vielfachen von beyden der gefundenen beständigen Multiplikatoren.

§. 9.

Es ist ferner nun z. B. $\text{Lvlg}\,7.9.1{,}00{,}00 = \text{Lvlg}\,7 + \text{Lvlg}\,9 + 2\,\text{Lvlg}\,1{,}00 =$

(12)

$$\begin{aligned}
\text{Lvlg}\,7 &= 00;09,04,09,02,02,03,08,10,08,08\\
\text{Lvlg}\,9 &= 00;10,07,03,11,04,03,03,08,01,04\\
2\,\text{Lvlg}\,1{,}00 &= 02;00,00,00,00,00,00,00,00,00,00\\
\hline
\text{Lvlg}\,05{,}03{,}00{,}00 &= 03;08,00,01,01,06,07,00,06,10,00\\
\text{Lvlg}\,05{,}03{,}00{,}00{,}00 &= 04;08,00,01,01,06,07,00,06,10,00\\
\text{Lvlg}\,05{,}03{,}00{,}00{,}00{,}00{,}00 &= 06;08,00,01,01,06,07,00,06,10,00\\
\text{Lvlg}\,05;03 &= 00;08,00,01,01,06,07,00,06,10,00\\
\text{Lvlg}\,00;05{,}03 &= 00;08,00,01,01,06,07,00,06,10,00 - 1\\
\text{Lvlg}\,00;00,00,05{,}03 &= 01;08,00,01,01,06,07,00,06,10,00 - 4\\
5\,\text{Lvlg}\,00;00,00,05{,}03 &= 08;04,00,05,07,08,11,02,10,02,00 - 1{,}08\\
\tfrac{5}{1{,}00}\,\text{Lvlg}\,00;00,00,05{,}03 &= 00;00,04,00,05,07,08,11,02,10,02 - 1
\end{aligned}$$

Man schliefst hieraus und setzt folgendes fest, dafs, wenn eine Gröfse oder Zahl nach einer Eintheilung aus m Gliedern besteht; so werden bey ihren ächten gemeinen Logarithmen die Ganzen, oder die Zahl, so vor dem Semikolon stehen, (man nenne sie ebenfalls *die Kennziffer* von ihren ächten gemeinen Logarithmen) nie über m — 1 Einheiten grofs seyn, und so auch umgekehrt, wenn die Kennziffer m Einheiten enthält, so wird und mufs die Gröfse aus m + 1 Gliedern bestehen, wie z. B. wenn die Gröfse oder Zahl aus 9 Gliedern besteht, so ist die Kennziffer von ihrem ächten gemeinen Logarithmus 8, aus ähnlichen Gründen und auf gleiche Beweise gegründet, wie bey dem dekadischen Systeme.

§. 10.

Ferner, dafs wenn etwa der ächte gemeine Logarithmus von einem Theilungs-Exponenten-Bruch verlangt wird, man diesen Bruch als eine ganze Zahl betrachten mufs und alsdann den ächten gemeinen Logarithmus von dieser in den Tafeln aufsucht und nimmt, hierauf so viele Einheiten von der Kennziffer dieses ächten gemeinen Logarithmus abzieht, als wiewiel der Bruch hinter dem Semikolon Glieder enthält, worauf solcher einen negativen Werth erhalten wird. Wäre aber der Logarithmus von einem andern ächten Bruche verlangt worden, so suche man den Logarithmus vom Zähler sowohl als vom Nenner und ziehe diesen von jenem ab, so bleibt ein negativer Rest, dieser ist der Logarithmus des Bruchs.

§. 11.

Auch läfst sich hierauf durch solche Tafeln die Zahl zu einem ächten gemeinen Logarithmus sehr genau finden, wenn man darin zu solchem gegebenen Logarithmus die Zahl sucht, indem man die Zahl des nächst kleinern Logarithmus, wenn erstere selbst nicht wirklich völlig darin enthalten wäre, nimmt; alsdann die Kennziffer der erstern nach und nach um 1, 2 u. f. Einheiten vermehrt, und nun unter dieser vermehrten neuen Kennziffer wiederum in seinen Tafeln nachsucht, wodurch man die folgenden Glieder von den niedrigern Graden findet u. s. w. Es sind daher dergleichen Logarithmen-Tafeln nach derselben stetigen Eintheі-

lung für dieselbe stetige Eintheilung von eben der Brauchbarkeit und Anwendbarkeit, wie die bis jetzt gebräuchlichsten briggischen Logarithmen für die dekadische Eintheilung.

§. 12.

Alles dieses und ein Gleiches gilt auch von den Gröſsen, wo der Theilungs-Exponent aus einer andern Anzahl Einheiten besteht, z. B 60, so werden die ächten natürlichen Logarithmen davon seyn, wie folget:

$$\text{Lnt } 2 = 2\,A\left(\frac{d}{2n+d} + \frac{1}{3}\frac{d^3}{(2n+d)^3} + + \right)$$

(60)

$\frac{1}{3} = 00;20,00,00,00,00,00,00,00,00 = a$

$\frac{1}{3}\cdot\frac{a}{9} = 00;00,44,26,40,00,00,00,00,00 = b$

$\frac{3}{5}\cdot\frac{b}{9} = 00;00,02,57,46,40,00,00,00,00 = c$

$\frac{5}{7}\cdot\frac{c}{9} = 00;00,00,14,06,33,39,01,51,26 = d$

$\frac{7}{9}\cdot\frac{d}{9} = 00;00,00,01,13,09,34,29,08,09 = e$

$\frac{9}{11}\cdot\frac{e}{9} = 00;00,00,00,06,39,03,08,06,12 = f$

$\frac{11}{13}\cdot\frac{f}{9} = 00;00,00,00,00,37,31,03,50,19 = g$

$\frac{13}{15}\cdot\frac{g}{9} = 00;00,00,00,00,03,36,46,08,51 = h$

$\frac{15}{17}\cdot\frac{h}{9} = 00;00,00,00,00,00,21,15,06,45 = i$

$\frac{17}{19}\cdot\frac{i}{9} = 00;00,00,00,00,00,02,06,45,56 = k$

$\frac{19}{21}\cdot\frac{k}{9} = 00;00,00,00,00,00,00,12,44,37 = l$

$\frac{21}{23}\cdot\frac{l}{9} = 00;00,00,00,00,00,00,01,17,34 = m$

$\frac{23}{25}\cdot\frac{m}{9} = 00;00,00,00,00,00,00,00,07,56 = n$

$\frac{25}{27}\cdot\frac{n}{9} = 00;00,00,00,00,00,00,00,00,49 = o$

$\frac{27}{29}\cdot\frac{o}{9} = 00;00,00,00,00,00,00,00,00,05 = p$

$00;20,47,39,53,43,48,06,08,39$

multiplicirt mit $2\,A$

$\text{Lnt } 2 = A.\,00,41,35,19,47,27,36,12,17,18$

(60)

$\text{Lnt } 3 = A.\,01,05,55,00,15,15,40,06$

$\text{Lnt } 4 = A.\,01,23,10,39,34,55,12,24$

$\text{Lnt } 5 = A.\,01,36,33,58,35,20,43,16$

$\text{Lnt } 1{,}00 = A.\,04,05,39,38,25,31,35,46$

§. 13.

Aus gleichen Bestimmungs-Gründen würden ebenfalls diese ächten natürlichen Logarithmen für diese Art Eintheilung in deren ächte gemeine verwandelt werden können, wenn man den ächten gemeinen Logarithmus des Theilungs-Exponenten Lvlg $\beta = 1$ setzt. Hier bey letztern ist nun 60 der Theilungs-Exponent, folglich Lnt β = Lnt 1,00 = Lnt 60 $= A.\overset{(60)}{04\,05,39,38,25,31,35,46}$. Aber A. 1 = m und Lvlg β = Lvlg 1,00

Es ist aber auch Lvlg 1,00 = 1 folglich $m.\overset{(60)}{04\,05,39\,38,25,31,35,46} \ldots = 1$

und daher $m = \frac{1}{04,05,39,38,25,31,35,46 \ldots} = \frac{(60)}{00;14,39,15,49,07,49,30}$

Wenn nun z. E. x = 3

$$\text{Lvlg } 3 = m.\ \text{Lnt } 3 = \frac{\overset{(60)}{01;05,55,00,15,15,40,06}}{04;05,39,38,25,31,35,46} = \overset{(60)}{00;16,05,58,03,23,56,12}$$

= Lvlg 3 u. s. w.

Auf ähnliche Weise, wie bey der vorigen Art Eintheilung, und bey dem vorigen Theilungs-Exponenten, und so auch von allen möglichen Eintheilungen, deren einer jeden ihr Theilungs-Exponent einen bestimmten Werth erhält.

§. 14.

Um nun wiederum in jedem Systeme die richtige Proportional-Zahl, die zu einem ächten natürlichen, oder ächten gemeinen Logarithmus gehört, wo beydes sowohl der Logarithmus als die Proportional-Zahl, einen Theilungs-Exponenten haben, wie auch die Quantität, um wie viel die Proportional-Zahl zunehmen mufs, wenn ihr ächter Logarithmus um eine Quantität zunimmt, zu finden, gebrauche man folgende bekannte Formeln.

§. 15.

Wenn Z der ächte natürliche Logarithmus einer Gröfse oder Zahl

ist, so ist $\text{Lnt}\left(1 + \frac{Z}{A} + \frac{Z^2}{2A^2} + \frac{Z^3}{2.3A^3} + \frac{Z^4}{2\,3\,4A^4} + + \ldots\right) = Z$ und $A = 1$,

folglich $\text{Lnt}\left(1 + Z + \frac{Z^2}{1.2} + \frac{Z^3}{1.2.3} + \frac{Z^4}{1.2\,3.4} + + \ldots\right) = Z$

Setzt man nun auch $Z = 1$, so läfst sich sehr leicht die Grund-Zahl der ächten natürlichen Logarithmen in Theilungs - Exponenten-Brüche für eine jede stetige Eintheilung finden, und es wird

$$\text{Lnt}\left(1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}++\ldots\right)=1,$$

auch wenn man die Grund-Zahl der ächten natürlichen Logarithmen mit K bezeichnet Lnt K = 1,

folglich auch: $\text{Lnt } K = \text{Lnt}\left(1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}++\ldots\right)$

und endlich $K = 1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}++\ldots$, das ist

$$K = 2+\frac{\overset{a}{1}}{2}+\frac{\overset{b}{a}}{3}+\frac{\overset{c}{b}}{4}+\frac{\overset{d}{c}}{5}+\frac{\overset{e}{d}}{6}+\ldots$$

1) Wenn nun nämlich β oder der Theilungs - Exponent = 12, so ist

$$K = \overset{(12)}{\overline{02;08,07,05,02,03,08,03,06,06,01,07,03}}\ldots.$$

wenn man nur 16 Glieder dieser unendlichen Reihe entwickelt und 12 Glieder nach dem Semikolon beybehält.

2) Wenn $\beta = 60$, so ist

$$K = \overset{(60)}{\overline{02;43,05,48,52,49,21,54,35,31,51}}\ldots.$$

wenn man 20 Glieder der unendlichen Reihe entwickelt und 10 Glieder nach dem Semikolon beybehält u. s. w. Dieses gilt für jede andere Art stetiger Eintheilung, wo β bestimmt ist.

§. 16.

Es ist vermöge des vorhergehenden

$$\text{Lnt}\left(1+Z+\frac{Z^2}{2}+\frac{Z^3}{2\cdot3}+\frac{Z^4}{2\cdot3\cdot4}++\ldots\right)=Z=Z.1,$$ es ist aber $1 = \text{Lnt } K$

folglich wenn man auch diesen Werth statt 1 substituirt

$$Z\ \text{Lnt } K = \text{Lnt}\left(1+Z+\frac{Z^2}{2}+\frac{Z^3}{2\cdot3}+\frac{Z^4}{2\cdot3\,4}++\ldots\right)$$

$$\text{Lnt } K^Z = \text{Lnt}\left(1+Z+\frac{Z^2}{2}+\frac{Z^3}{2\cdot3}+\frac{Z^4}{2\cdot3\cdot4}++\ldots\right)$$

$$K^Z = 1+Z+\frac{Z^2}{2}+\frac{Z^3}{2\cdot3}+\frac{Z^4}{2\cdot3\cdot4}++\ldots$$

folglich wenn $z = x \operatorname{Lnt} \beta$ und $K = p$

$$\text{so ist } p^{x \operatorname{Lnt} \beta} = 1 + x \operatorname{Lnt} \beta + \frac{x^2 (\operatorname{Lnt} \beta)^2}{2} + \frac{x^3 (\operatorname{Lnt} \beta)^3}{2.3} + + \ldots$$

$$p^{\operatorname{Lnt} \beta^x} = 1 + (\operatorname{Lnt} \beta^x) + \frac{(\operatorname{Lnt} \beta^x)^2}{2} + \frac{(\operatorname{Lnt} \beta^x)^3}{2.3} + + \ldots$$

setzt man nun $p^{x \operatorname{Lnt} \beta} = \beta^x = n$ und nimmt β als Basis des ächten gemeinen Logarithmen - Systems an, so ist $n = 1 + x \operatorname{Lnt} \beta + \frac{x^2 (\operatorname{Lnt} \beta)^2}{1.2} + \frac{x^3 (\operatorname{Lnt} \beta)^3}{1.2.3}$ (I)

Wenn nun β die Basis des Systems, so ist β^x die zu x gehörige Proportional-Zahl, und β^{x+u} ist die Proportional-Zahl, welche zum Logarithmus $x + u$ gehört.

Man verlangt nun $\beta^{x+u} - \beta^x$ oder $\beta^x \beta^u - \beta^x = \beta^x (\beta^u - 1)$, und vermöge des Vorhergehenden ist

$$\beta^u = 1 + u \operatorname{Lnt} \beta + \frac{u^2 (\operatorname{Lnt} \beta)^2}{2} + \frac{u^3 (\operatorname{Lnt} \beta)^3}{2.3} + + \ldots$$

$$\text{folglich } \beta^u - 1 = u \operatorname{Lnt} \beta + \frac{u^2 (\operatorname{Lnt} \beta)^2}{2} + \frac{u^3 (\operatorname{Lnt} \beta)^3}{2.3} + + + \ldots$$

$$\beta^x (\beta^u - 1) = \beta^x \left(u \operatorname{Lnt} \beta + \frac{u^2 (\operatorname{Lnt} \beta)^2}{2} + \frac{u^3 (\operatorname{Lnt} \beta)^3}{2.3} + + + \ldots \right)$$

nun war $\beta^x = n$, und es sey $\beta^x (\beta^u - 1) = d$, das ist n sey die Proportional-Zahl, die zum Logarithmus x gehöret, so ist d die Proportional-Zahl, die zur Differenz der Logarithmen gehöret, oder die Quantität, um wie viel die Zahl zunehmen muſs, weil der Logarithmus um u zugenommen hat.

$$d = n. \left(u \operatorname{Lnt} \beta + \frac{u^2 (\operatorname{Lnt} \beta)^2}{2} + \frac{u^3 (\operatorname{Lnt} \beta)^3}{2.3} + + \ldots \right) \text{ (II)}$$

§. 17.

Es sey $\beta = 12$, oder die Basis des ächten gemeinen Logarithmen für die Art stetiger Eintheilung, und der gegebene ächte gemeine Logarithmus, 02;03,09,04,03,11,05,05,04,10 = x

(12)

02;03,09,04,03,11,05,05,04,10 = x
02;05,09,09,11,00,03,05,10,08 = Lnt β

04;06,06,08,06,10,10,10,08,08

I I I

10,03,09,08,03,07,03,03,08
1,03,01,01,04,02,02,01,04
06,03,09,00,03,03,09,09
01,02,06,03,02,08,03,03,09
06,03,09,00,03,03,09
01,02,06,03,02,08,03,03
10,09,03,08,09,01
01,02,08,03,02,10,04
06,09,03,00
02,01,00
10,03,09
01,03,01
08,06
01,02,07
01,04
02

05;09,00,04,05,04,01,11,06,00 = x Lnt β

05;09,00,04,05,04,01,11,06 = x Lnt β
02;10,06,02,02,08,00,11,09 = $\frac{x \text{ Lnt } \beta}{2}$

10;06,00,08,10,08,02,10,00
01;00,00,00,00,00,01,01,00
02,06,00,04,02,04,10,02
04;07,00,03,04,03,00,09,05
06,06,00,00,06,00,06
02,04,00,02,02,02,00,05
10,06,00,08,10,08
01,00,00,00,00,00
10,06,00,08,10
01,00,00,00,00
04,00,00,08
03,06,00,02,03
07,03
04,08,00
09
03,06

01,04;06,06,07,06,09,09,01,05 = $\frac{x^2 (\text{Lnt } \beta)^2}{2}$

01;11,00,01,05,09,04,07,10 = $\frac{x \text{ Lnt } \beta}{3}$

01,04;06,06,07,06,09,09,01,05
01,03;02,00,00,11,02,11,04,03
01,04;06,06,07,06,09
06,10,08,09,01,09
01,00,05,11,11,07
05,06,02,02
09,07,09
01,01,09

02,07;08,08,09,00,04,06,01,05 = $\frac{x^3 (\text{Lnt } \beta)^3}{2 \cdot 3}$

$$02,07;08,08,09,00,04,06,01,05 = \frac{x^3 (\mathrm{Lnt}\,\beta)^3}{2.3}$$

$$\underline{01;05,03,01,01,04,00,05,10\tfrac{1}{2}} = \frac{x\ \mathrm{Lnt}\,\beta}{4}$$

02,07;08,08,09,00,04,06,01,05
01,01;02,07,07,09,01,10,06,07
07,11,02,02,03,01,01,06
02,07,08,08,09,00,04
02,07,08,08,09,00
10,06,10,11,00
01,01,02,07
02,02,05
01,03

$$03;09;07,06,06,02,11,02,00,01 = \frac{x^4 (\mathrm{Lnt}\,\beta)^4}{2.3.4}$$

$$\underline{01;01,09,08,01,00,09,11,11} = \frac{x\ \mathrm{Lnt}\,\beta}{5}$$

03,09,07,06,06,02,11,02,00,01
03;09,07,06,06,02,11,02,00
02;10,02,07,10,08,02,04,06
02,06,05,00,04,01,11,05
03,09,07,06,06,03
02,10,02,07,10
03,05,09,11
03,05,09

$$04,04;05,11,05,09,00,00,01,09 = \frac{x^5 (\mathrm{Lnt}\,\beta)^5}{2.3.4.5}$$

u. s. w.

Und wenn man so, nach und nach, alle Glieder dieser unendlichen Reihe in unendliche Theilungs-Exponenten-Brüche entwickelt, und solche zusammen addirt; so erhält man die ganze Zahl 02,02,03, woran vielleicht nur einige Einheiten in dem äufserst letzten und niedrigsten Gliede des Bruchs fehlen.

§. 18.

Wenn ferner $\beta = 12$, und 12 also die Basis des ächten gemeinen Logarithmen-Systems für diese Art Eintheilung ist, und der gegebene Logarithmus 03;03,04,03,10,00,11,11,07,05 $= x + u$

Man wird nun aus obigen ächten gemeinen Logarithmen finden, dafs nach (II) n = 02,04,05,03 = 5·7·9·11 und Lvlg 5·7·9·11 = 03;03,04,03,09,10,04,02,01 = x

03;03,04,03,10,00,11,11,07,05 = x + u
subtr. 03;03,04,03,09,10,04,04,02,01 = x

00;00,00,00,00,02,07,07,05,04 = u
02;05,09,09,11,00,03,05,10,08 = Lnt β

00;00,00,00,00,05,03,02,10,08
01,01,02,01,02
01,11,08,07
01,11,08
02,05

00;00,00,00,00,06,06,06,10,06 = u Lnt β
02,04,05,03;00,00,00,00,00,00,00,00,00 = n

00;00,00,00,01,07,07,08,07,06
00;00,00,02,08,08,10,04,06,00
00;00,02,02,02,03,06,00,00,00
00;01,01,01,01,09,00,00,00,00

00;01,03,06,02,05,00,01,01,06 = n u Lnt β

00;00,00,00,00,03,03,03,05,03 = $\frac{u \text{ Lnt } \beta}{2}$

00;00,00,00,00,00,03,10,06,07
03,10,06
03,10
06

00;00,00,00,00,00,03,02,09,07 = $\frac{n u^2 (\text{Lnt}\beta)^2}{2}$

0

00;01,03,06,02,04,00,01,01,06 = n u Lnt β

00;00,00,00,00,00,03,02,09,07 = $\frac{n u^2 (\text{Lnt}\beta)^2}{2}$

00;01,03,06,02,04,03,03,11,01 = d
02,04,05,03;00,00,00,00,00,00,00,00,00 = n

02,04,05,03;01,03,06,02,04,03,03,11,01 = n + d

Dieses ist also die Zahl, die zu dem gegebenen ächten gemeinen Logarithmus gehöret.

§. 19.

Auf diese Weise wird sich auch zu jedem ächten gemeinen und ächten natürlichen Logarithmus die wahre Zahl, wie auch zu jeder Quantität, um welche dieser Logarithmus zunimmt, die Quantität, um wie viel die Proportional-Zahl zunehmen mufs, suchen und finden lassen, da die Glieder einer jeden von diesen Gröfsen nach einem und eben demselben Theilungs-Exponenten auf einander folgen, weil eine jede eine Funktion von der andern ist.

§. 20.

Wenn man sich aber mit einem blofsen Ohngefähr begnügt und sich nicht auf diese oft etwas lang daurende Rechnung einlassen wollte; so kann man, mittelst der Unterschiede und der Proportional-Rechnung, auf eben die Weise die Zahl suchen, welche zu der Quantität gehört, um die der Logarithmus zugenommen hat, wie man es bey den bekanntesten Logarithmen, den Briggischen zu thun pflegt, mit dem Unterschiede, dafs man nach den oben gegebenen Regeln vom Multipliciren und Dividiren verfährt.

§. 21.

Es wurde sonst, und auch noch zeithero vermeintlich geglaubt, man könne so viele wirklich gemeine Logarithmen-Systeme *mit eben so vielem, und allem dem Nutzen, mit allen den Eigenschaften und in eben dem Grade*, wie die Briggischen für die dekadische Eintheilung sind, entwerfen und bestimmen, wenn man den Logarithmus irgend einer dekadischen Zahl von den für die dekadische Eintheilung berechneten ächten natürlichen Logarithmen nähme, diesen $\log x = \frac{1}{m}$ setzte; oder wenn man auch den ächten gemeinen Logarithmus derselben Zahl in der dekadischen Eintheilung nähme, und ihn logvlg. $x = 1$ setzte, folglich auch $\text{logvlg } x^2 = 2$, $3 \text{ logvlg } x = 3$, $x \text{ logvlg } x = x$ u. s. w., das ist: wenn man dadurch die Subtangente eines andern gemeinen Logarithmen-Systems bestimmte, dessen Basis x wäre, und dann vermittelst dieser die andern

ächten natürlichen oder gemeinen Logarithmen jeder der andern dekadischen Zahlen in das neue System übersetzte und verwandelte.

Wie z. B. den ächten natürlichen Logarithmus der dekadischen Zahl 12

$$\log \text{nat } 12 = \frac{1}{m} \text{ und } 12 = x$$

$$\text{m. } 2;484907274827\dot{0}5 = 1$$

$$A = m \; \frac{1}{2;484907274827\dot{0}5}$$

folglich würde jetzt hier bey den zu diesen Logarithmen gehörigen Gröſsen oder Zahlen der Theilungs-Exponent, wornach die Theilung geschähe, nicht mehr 10, sondern zwey Einheiten mehr, nämlich 12 seyn.

Wenn nun z. B. $z = 6$

$\log \text{nat } 6 = 1;791759469228\dot{0}5$ also

*) $\log x \text{ vulg } 6 = 1;791759469228\dot{0}5 \times m = \frac{1;791759469228\dot{0}5}{2;484907274827\dot{0}5}$

$= 0;7210571.$

Oder auch $\log \text{vulg } x = \log \text{vulg } 12 = 1;07918125$ und $\log x \text{ vulg } 12 = 1$ folglich m. $1;07918125 = 1$ und $m = \frac{1}{1;07918125}$ $= 0;926628405$; also $\log x \text{ vulg } 6 = \log \text{vulg } 6 \times 0;926628405$ $= 0;77815125 . 0;926628405 = \log x \text{ vulg } 6 = 0;7210571$ und $\log x \text{ vulg } 6 + 3 \log x \text{ vulg } 12 = 3;7210571$. Zu diesem letztern Logarithmus würde dann nach dieser neuen, der duodekadischen, Eintheilung

(12)

geordnet und gesetzt die Zahl seyn 6,00,00,00.

§. 22.

Ich hoffe nun gleich die zu geringe Nutzbarkeit, den Mangel der eigentlichen und wahren Eigenschaften der Logarithmen bey dieser Art

---

*) $\log x \text{ vulg } z = \log x \text{ vulg } 6$ bedeutet den *vermeintlich* gemeinen Logarithmus der Zahl $z = 6$, wobey aber x die Basis des Systems, d. i. wo die Theilung der Zahlen nach x gemacht, dieser Theilungs-Exponent aber nicht *derjenige der Logarithmen ist.*

gemeiner Logarithmen, welche ich *unächte* oder *Bastard - Logarithmen* zum Unterschiede von den wahren und ächten nennen werde, zu zeigen und zu beweisen. Und dieses durch die Anwendung der beyden letztern erwähnten Formeln (I) und (II), *a*) der einen zum Finden der Proportional - Zahl, deren Glieder nach dieser neuen stetigen Eintheilung folgen müssen, die zu einem gemeinen Logarithmus gehört; und *b*) der Quantität, um die eine solche, nach dieser neuen stetigen Eintheilung geordnete Zahl zunehmen mufs, welcher Quantität Glieder nach dieser Art stetiger Eintheilung auf einander folgen müssen, wenn ihr Logarithmus um eine Quantität zugenommen hat.

§. 23.

Es sey nämlich der Logarithmus 3;7374851 nach diesem neuen Systeme gegeben, wozu die Proportional-Zahl zu suchen ist, wo ihre Glieder nach dem Theilungs-Exponenten 12 auf einander folgen müssen.

Nach der Formel ist das erste Glied der unendlichen Reihe ein Ganzes oder 1, das zweyte bekommt man, wenn man den gegebenen Logarithmus mit dem natürlichen Logarithmus nach der dekadischen Eintheilung des Theilungs-Exponenten 12 multiplicirt, wie folgt:

3;737485 10
2;48490727

7;47497020
1;49499404
29899880
1494994
336373
2616
747
26

9;28731060

Hier erhält man eine Gröfse, oder Zahl, als das zweyte Glied der unendlichen Reihe, deren Glieder nicht nach dem Theilungs-Exponenten 12,

sondern nach 10 fortlaufen; folglich auch die übrigen Glieder, weil diese lauter Produkte und Potenzen aus jener sind, und also auch die Glieder der Summe aller Glieder der unendlichen Reihe. Man erhält also eine Zahl zur Proportional-Zahl des Logarithmus, deren Glieder und Theile nach der dekadischen Eintheilung, nicht aber nach der sogenannten duodekadischen Eintheilung auf einander fortgehen: und also *eine dekadische Zahl.* Aber vermöge des Vorausgesetzten bey diesem gemeinen Logarithmen-Systeme darf, soll und muſs es nicht seyn; folglich sind diese Logarithmen keine ächten und wahren gemeinen Logarithmen; sondern *unächte* und *Bastard-Logarithmen.*

§. 24.

Denn man könnte, auf gleiche Weise, für die dekadische Eintheilung gleiche unächte Systeme bestimmen, wenn man z. B. den oben gefundenen ächten natürlichen Logarithmus von 10 nach der so genannten duodekadischen Eintheilung $= \frac{1}{m}$ setzte, das ist

$$m.\text{Lnt}\,10 = \text{L.y.vlg}\,10 \text{ wenn } y = 10 \text{ ist also } m.02;03,07,06,10,04,10,02,11,05^{(12)}$$

$$= \text{L.y.vlg}\,10 = 1 \text{ folglich } m = \frac{1}{02;03,07,06,10,04,10,02,11,05^{(12)}} \text{ und also}$$

$$\text{L.y.vlg}\,n = \frac{\text{Lnt}\,n}{02;03,07,06,10,04,10,02,11,05^{(12)}}.$$

Ebenfalls wenn man den oben gefundenen ächten natürlichen Logarithmus nach der so genannten Sexagesimal-Eintheilung $= \frac{1}{m}$ setzte und

$$10 = w, \text{ so ist } m\,\text{Lnt}\,10 = \text{L.w.vlg}\,10 = 1 \text{ also } m = \frac{1}{2;18,09,18,22,48,19,28^{(60)}}.$$

§. 25.

Es finden folglich bey einer und derselben Grund-Zahl oder Basis unendlich viele *unächte* gemeine Logarithmen-Systeme Statt; hingegen aber immer nur ein einziges ächtes vollkommenes gemeines Logarithmen-

System, und daher auch nur ein ächtes natürliches für eine Basis und für eine Art Eintheilung.

Eben dabey tritt auch das ein, dafs man die Quantität, um welche die Proportional-Zahl zunehmen mufs, wenn der unächte gemeine Logarithmus um eine gewisse positive oder negative Quantität zunimmt, nicht in Gliedern, oder Theilen, nach den Potenzen des Theilungs-Exponenten der Proportional-Zahl auf einander folgend, sondern in Gliedern oder Theilen, nach den Potenzen des Theilungs-Exponenten der unächten gemeinen Logarithmen auf einander folgend, bekommt, welche Quantität wohl bisweilen der eigentlichen Quantität nach dem wahren Theilungs-Exponenten sehr nahe kommt, doch öfters nicht trifft.

II. KAPITEL.

Von den Zirkelgröfsen von stetiger Eintheilung und deren Berechnung und Entwickelung in unendliche Theilungs-Exponenten-Brüche nach den verschiedenen stetigen Eintheilungen.

§. 1.

Die erste und Haupt-Zirkelgröfse, die zur Grundlage der Berechnungen aller übrigen runden Flächen dient, und die zuerst bestimmt werden mufs, ehe die andern bestimmt werden können, ist der Bogen oder die Peripherie. Die eine bekannte von mir erst wissenschaftlich abgeleitete Formel und unendliche Reihe zur Bestimmung des Bogens Z, durch seinen Sinus ist: $Z = \mathrm{Sin}\,Z + \frac{\mathrm{Sin}^3 Z}{1.2.3} + \frac{3.3.\mathrm{Sin}^5 Z}{1.2.3.4.5} + \frac{3.3.5.5.\mathrm{Sin}^7 Z}{1.2.3.4.5.6.7} + + + .$

Wird nun der Sinus totus oder der Radius $= 1$ gesetzt und $Z = \mathrm{arc}\ 30° = \frac{1}{6}$ der halben Peripherie, so wird der Sin. $Z = \frac{1}{2}$. Wenn man nun $1 : \pi$

das Verhältnifs des Durchmessers zum Umkreise bezeichnet, so ergiebt sich nach gehöriger Reduction

$$1 : \pi = 1 : 6\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}A + \frac{3}{4}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{4}B + \frac{5}{6}\cdot\frac{5}{7}\cdot\frac{1}{4}C + \frac{7}{8}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{1}{4}D + \frac{9}{10}\cdot\frac{9}{11}\cdot\frac{1}{4}E + +++\ldots\right)$$

und wenn man den Theilungs-Exponenten, oder $\beta = 12$ setzt, so ist:

$$\begin{aligned}
\tfrac{1}{2} &= 00;06,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00 = A\\
+\tfrac{1}{2}\cdot\tfrac{1}{3}\cdot\tfrac{A}{4} &= 00;00,03,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00 = B\\
+\tfrac{3}{4}\cdot\tfrac{3}{5}\cdot\tfrac{B}{4} &= 00;00,00,04,00,07,02,04,09,07,02,04,10 = C\\
+\tfrac{5}{6}\cdot\tfrac{5}{7}\cdot\tfrac{C}{4} &= 00;00,00,00,07,02,09,05,01,08,06,10,03 = D\\
\tfrac{7}{8}\cdot\tfrac{7}{9}\cdot\tfrac{D}{4} &= 00;00,00,00,01,02,09,02,03,00,00,00,00 = E\\
\tfrac{9}{10}\cdot\tfrac{9}{11}\cdot\tfrac{E}{4} &= 00;00,00,00,00,02,08,07,05,00,11,05,05 = F\\
\tfrac{11}{12}\cdot\tfrac{11}{13}\cdot\tfrac{F}{4} &= 00;00,00,00,00,00,06,03,10,09,08,11,00 = G\\
\tfrac{13}{14}\cdot\tfrac{13}{15}\cdot\tfrac{G}{4} &= 00;00,00,00,00,00,01,03,03,02,11,06,03 = H\\
\tfrac{15}{16}\cdot\tfrac{15}{17}\cdot\tfrac{H}{4} &= 00;00,00,00,00,00,00,03,01,10,08,11,09 = I\\
\tfrac{17}{18}\cdot\tfrac{17}{19}\cdot\tfrac{I}{4} &= 00;00,00,00,00,00,00,00,08,00,00,09,11 = K\\
\tfrac{19}{20}\cdot\tfrac{19}{21}\cdot\tfrac{K}{4} &= 00;00,00,00,00,00,00,00,01,08,07,08,08 = L\\
\tfrac{21}{22}\cdot\tfrac{21}{23}\cdot\tfrac{L}{4} &= 00;00,00,00,00,00,00,00,00,04,05,11,08 = M\\
\tfrac{23}{24}\cdot\tfrac{23}{25}\cdot\tfrac{M}{4} &= 00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,11,10,09 = N\\
\tfrac{25}{26}\cdot\tfrac{25}{27}\cdot\tfrac{N}{4} &= 00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,02,07,09 = O\\
\tfrac{27}{28}\cdot\tfrac{27}{29}\cdot\tfrac{O}{4} &= 00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,07,02 = P\\
\tfrac{29}{30}\cdot\tfrac{29}{31}\cdot\tfrac{P}{4} &= 00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,01,07 = Q\\
\tfrac{31}{32}\cdot\tfrac{31}{33}\cdot\tfrac{Q}{4} &= 00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,04 = R\\
\tfrac{33}{34}\cdot\tfrac{33}{35}\cdot\tfrac{R}{4} &= 00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,01 = S
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tfrac{1}{6}\cdot\pi &= 00;06,03,04,09,04,01,06,09,06,07,11,06\\
\pi &= 03;01,08,04,08,00,09,04,09,03,11,09,01\\
\pi &= 03;01,08,04,08,00,09,04,09,03,11,09,01,08,06,06,04,05,07\ldots.\\
\tfrac{1}{\pi} &= 00;03,09,10,00,05,04,06,10,03,06,05,00,05,04,01,11,10,07\ldots.\\
\sqrt{\pi} &= 01;09,03,02,09,07,02,10,00,10,08,08,11,08,11,02,10,09\ldots..\\
\tfrac{1}{6}\pi &= 00;06,03,04,09,04,01,06,09,06,07,11,06,03,05,01,00,08,11,02,07\ldots\\
\sqrt[3]{\tfrac{1}{6}\pi} &= 00;09,08,00,09,01,07,01,01,01,11,05,11,07,10,04,01,03,02,04\ldots.\\
\tfrac{4}{3}\pi &= 04;02,03,02,02,09,00,06,04,05,03,08,02,03,04,08,05,11,05,08\ldots.
\end{aligned}$$

Nach eben den Gesetzen verfährt man, wenn dem beständigen Theilungs-Exponenten oder β ein anderer Werth beygelegt wird.

§. 2.

Wird und ist der ganze Zirkel in eine groſse Anzahl gleicher Theile getheilt; so läſst sich sehr leicht für einen jeden Theil, oder für eine Menge solcher Theile, der Bogen in Theilen des Durch- oder Halb-Messers angeben.

Die bequemste und der Sache am angemessenste Eintheilung wäre diejenige, welche nach eben dem Theilungs-Exponenten und dessen Potenzen geschähe, welche der Diameter hat, und wornach auch der Umkreis in den Theilen des Durchmessers bestimmt worden ist. Ueberhaupt ist es am besten, man wähle sich eine Menge Einheiten zum Theilungs-Exponenten, welche man will, daſs man darnach, sowohl die Zahlen, deren ächte natürliche und ächte gemeine Logarithmen bestimmt werden, als auch die Längen der Linien, die Flächen- und Körper-Inhalte, das Geld und alle mögliche Dinge darnach eintheilt und fixirt, wie es denn wirklich jetzt in Frankreich geschehen ist.

§. 3.

Hat man nun den Bogen für einen solchen Theil, oder für mehrere zusammen genommen, nach Theilen des Durch- oder Halb-Messers bestimmt, so läſst sich dann auch durch diese nun wieder auf die zeither gebräuliche Art nach den bekannten Formeln die zu einem solchen Theil, oder einer Menge von solchen Theilen gehörigen Sinusse, Kosinusse, Tangenten, Kotangenten, Sekanten, Kosekanten, Sinusversusse und Kosinusversusse bestimmen, indem man zu gröſserer Vollkommenheit den Sinus totus, oder $r = \beta^{\beta}$ setzt.

Wenn diese bestimmt sind, kann man wiederum die ächten natürlichen und ächten gemeinen Logarithmen von diesen letztern angeben, wenn man solche als bloſse Zahlen betrachtet und derselben Logarithmen nach dem oben gezeigten Verfahren sucht.

§. 4.

Die bekannte Eintheilung des Zirkels in 360 gleiche Theile und diese wieder in 60 und 60 u. s. w. gleiche Theile ist aus den bis jetzt an-

geführten Gründen daher für die dekadische und jede andere Eintheilung, aufser für sie selbst, gar nicht passend. Denn wollte man den Zirkel in 60 und 60 u. s. w. gleiche Theile theilen; so müfste man auch den Radius, die Peripherie, und alles darnach eintheilen, wenn solche bequem seyn sollte.

Wenn $\beta = 12$ ist, und r einen rechten Winkel bedeutet, so ist z. B.

$\sin \frac{2r}{3} = \sin \frac{1}{6}\pi = 00;10,04,08,05,10,05,10,05,04,06,09,05,09\ldots$

$\text{tang} \frac{2r}{3} = \text{tang} \frac{1}{6}\pi = 01;08,09,04,11,09,07,11,11,09,06\ldots$

$\sin \frac{1r}{2} = \sin \frac{1}{8}\pi = 00;08,05,09,10,06,09,06,05,00,03,11,10\ldots$

$\text{tang} \frac{1}{2}r = \text{tang} \frac{1}{8}\pi = 01;00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00\ldots$

$\sin \frac{2}{3}r = \sin \frac{1}{12}\pi = 00;06,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00\ldots$

$\text{tang} \frac{2}{3}r = \text{tang} \frac{1}{12}\pi = 00;06,11,01,07,11,02,07,11,11,02,02\ldots$

Deren ächte gemeine Logarithmen sind, wenn man $r = \beta^{\beta} = 1{,}00^{1{,}00}$ setzt:

$\text{Lvlg} \sin \frac{1}{6}\pi = 11;11,03,07,11,08,01,07,10,00,08$

$\text{Lvlg} \text{tang} \frac{1}{6}\pi = 1{,}00;02,07,09,11,10,00,09,11,00,04$

$\text{Lvlg} \sin \frac{1}{8}\pi = 11;10,03,10,11,11,00,04,11,06,02$

$\text{Lvlg} \text{tang} \frac{1}{8}\pi = 1{,}00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,00$

$\text{Lvlg} \sin \frac{1}{12}\pi = 11;08,07,09,11,10,00,09,11,00,04$

$\text{Lvlg} \text{tang} \frac{1}{12}\pi = 11;09,04,02,00,01,11,02,00,11,08$

$\text{Lnt}\ \pi = 01;01,08,10,01,01,04,08,01,04,02,07,09$

$\text{Lvlg}\ \pi = 00;05,06,04,00,06,02,07,03,11,09,07,04$

Nach eben den Gesetzen lassen sich alle diese Gröfsen für jede Art stetige Eintheilung, nach welchem Theilungs-Exponenten es auch sey, finden und bestimmen, er mag 20, 36, 60 u. s. w. seyn.

III. KAPITEL.

Vom Verwandeln oder Uebersetzen der Gröſsen von stetiger Eintheilung.

§. 1.

Hier in diesem letzten Kapitel wird vom Verwandeln der Gröſsen von einer gewissen stetigen Eintheilung von einem gewissen Theilungs-Exponenten, *ihrem Werthe nach*, in eine andere gewisse stetige Eintheilung von einem andern Theilungs-Exponenten, oder wohl richtiger: von dem Uebersetzen der Gröſsen, sie mögen bloſse Zahlen, oder Theilungs-Exponenten-Brüche, oder Zirkel-Gröſsen, oder logarithmiſche Gröſsen, welche zwey letztere auch in Theilungs-Exponenten Brüchen ausgedrückt sind, seyn, von einer gewissen stetigen Eintheilung ihrem Werthe nach in eine andere gewisse stetige Eintheilung von einem andern Theilungs-Exponenten gehandelt.

§. 2.

Jede Gröſse, sie mag beschaffen seyn, wie sie will, läſst sich auf folgende Weise darstellen $y\alpha^m + + + a\alpha^5 + b\alpha^4 + c\alpha^3 + d\alpha^2 + e\alpha^1 + f\alpha^0$ wenn ihre Glieder lauter Ganze sind; $n\alpha^{-1} + o\alpha^{-2} + p\alpha^{-3} + q\alpha^{-4} + + + + s\alpha^{-y} = \frac{n\alpha^{y-1} + o\alpha^{y-2} + p\alpha^{y-3} + q\alpha^{y-4} + + + 5\alpha^1 + 2\alpha^0}{\alpha^y}$; wenn sie ein bloser Theilungs-Exponenten-Bruch ist;

$y\alpha^m + + + a\alpha^3 + b\alpha^2 + c\alpha^1 + d\alpha^0 + e\alpha^{-1} + f\alpha^{-2} + + x\alpha^{-n} = y\alpha^m + + + a\alpha^3 + b\alpha^2 + c\alpha^1 + d\alpha^0 + \frac{e\alpha^{n-1} + f\alpha^{n-2} + + + x\alpha^0}{\alpha^n}$,

wenn sie aus beyden zugleich besteht.

Setzt man nun $\alpha = \beta \pm \delta$, also $\alpha^2 = \beta^2 \pm 2\beta\delta + \delta^2$, $\alpha^3 = \beta^3 \pm 3\beta^2\delta + 3\beta\delta^2 \pm \delta^3$, $\alpha^4 = \beta^4 \pm 4\beta^3\delta + 6\beta^2\delta^2 \pm 4\beta\delta^3 + \delta^4$.

In Ansehung des positiven und negativen Werthes sey Folgendes; wenn $\alpha > \beta$, so ist δ und also alle Produkte, worin Potenzen von δ vorkommen, positiv, ist aber $\alpha < \beta$, so ist δ negativ und also auch die unge-

raden Potenzen davon, wäre aber $\alpha = \beta$, so wäre δ null und es fände kein Uebersetzen oder Verwandeln Statt.

§. 3.

Es ist z. B. $x - 5\alpha^3 + 6\alpha^2 + 8\alpha^1 + 7^0$, und diese Gröfse dieser gewissen stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent α ist, sollte ihrem Werthe nach, in und nach einer andern stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent β ist, ausgedrückt werden, so setze man an Statt der Potenzen von α, ihre Werthe, nach den Funktionen von β bestimmt,

$$\text{also } x = 5\alpha^3 + 6\alpha^2 + 8\alpha^1 + 7 = 5\beta^3 \pm 15\beta^2\delta + 15\beta\delta^2 \pm 5\delta^3 + 6\beta^2 \pm 12\beta\delta + 6\delta^2 + 8\beta^1 \pm 8\delta + 7$$

$$\text{also } 5\beta^3 + \beta^2(6 \pm 15\delta) + \beta(8 \pm 12\delta + 15\delta^2) + 7 \pm 8\delta + 6\delta^2 \pm 5\delta^3$$

setzt man nun $\alpha = 10$ und $\beta = 12$, so ist $\delta = 2$, und das negativ, so ist

$$\overset{(10)}{\text{o}}5,06,08,07 = 5\beta^3 + \beta^2(6 - 30) + \beta(8 - 24 + 60) + 7 - 16 + 24 - 40$$

$$= 3\beta^3 + 0\beta^2 + 41\beta + 11$$

$$\overset{(12)}{=} 03,03,05,11$$

oder wenn $\alpha = 60$, $\beta = 12$, so ist $\delta = 48$, und positiv, so ist

$$x = 5\alpha^3 + 6\alpha^2 + 8\alpha^1 + 7 \overset{(60)}{=} 05,06,08,07 = 5\beta^3 + \beta^2(6 + 720) + \beta(8 + 576 + 2034)$$

$$+ 7 + 120 + 13824 + 552880 = 4\beta^5 + 5\beta^4 + 1\beta^3 + 9\beta^2 + 4\beta + 7$$

$$\overset{(12)}{=} 04,05,01,09,04,07.$$

II) Es sey gegeben $\frac{5\alpha^6 + 7\alpha^5 + 6\alpha^4 + 3\alpha^3 + 2\alpha^2 + 9\alpha^1 + 6}{\alpha^7}$, man soll diesen Theilungs-Exponenten-Bruch in einen andern, von gleichem Werthe, nach β verwandeln, so ist

$$5\alpha^6 = 5\beta^6 \pm 30\beta^5\delta + 75\beta^4\delta^2 \pm 100\beta^3\delta^3 + 75\beta^2\delta^4 \pm 30\beta\delta^5 + 5\delta^6$$
$$+7\alpha^5 = 7\beta^5 \pm 35\beta^4\delta + 70\beta^3\delta^2 \pm 70\beta^2\delta^3 + 35\beta\delta^4 \pm 7\delta^5$$
$$+6\alpha^4 = 6\beta^4 \pm 24\beta^3\delta + 72\beta^2\delta^2 \pm 24\beta\delta^3 + 6\delta^4$$
$$+3\alpha^3 = 3\beta^3 \pm 9\beta^2\delta + 9\beta\delta^2 \pm 3\delta^3$$
$$+2\alpha^2 = 2\beta^2 \pm 4\beta\delta + 2\delta^2$$
$$+9\alpha = 9\beta \pm 9\delta$$
$$\text{und } \alpha^7 = \beta^7 \pm 7\beta^6\delta + 21\beta^5\delta^2 \pm 35\beta^4\delta^3 + 35\beta^3\delta^4 \pm 21\beta^2\delta^5 + 7\beta\delta^6 \pm \delta^7$$

und wenn $\delta = 4$, und dabey negativ genommen wird, und $\alpha = 16$, so ist $\beta = 12$

$$\text{folglich } 5\alpha^6 + 7\alpha^5 + 6\alpha^4 + 3\alpha^3 + 2\alpha^2 + 9\alpha^1 + 6 \overset{(16)}{=} 00;05,07,06,03,02,09,06$$
$$= \frac{5\beta^6 - 113\beta^5 + 1066\beta^4 - 5373\beta^3 + 10038\beta^2 - 22059\beta + 14661}{\beta^7 - 28\beta^6 + 326\beta^5 - 2240\beta^4 + 8960\beta^3 - 5376\beta^2 + 28572\beta - 16384}$$
$$= \frac{2\beta^7 + 6\beta^6 + 8\beta^5 + 2\beta^4 + 11\beta^3 + 11\beta^2 + 3\beta + 2}{7\beta^7 + 5\beta^6 + 10\beta^5 + 9\beta^4 + 4\beta^3 + 7\beta^2 + 1\beta^1 + 4} \overset{(12)}{=} \frac{02,06,08,02,11,11,03,02}{07,05,10,09,04,07,01,04}$$
$$\overset{(12)}{=} 00;04,01,01,10,04,06,00 \ldots .$$

§. 4.

Bestehet eine Gröfse, welche ihrem Werthe nach aus einer gewissen stetigen Eintheilung in eine andere stetige Eintheilung übersetzt werden soll, sowohl aus Ganzen, als auch aus Theilungs-Exponenten-Brüchen oder aus andern Brüchen; so sondert man beyde von einander ab, und verwandelt jedes für sich, alsdann addirt man beyde Resultate zusammen, so hat man die Gröfse ihrem Werthe nach in die andere stetige Eintheilung übersetzt.

§. 5.

Doch dieses Verfahren ist sehr umständlich und weitschweifig, man verfährt weit praktischer auf folgende Weise:

A I) Wenn die zu verwandelnde Zahl blos aus lauter Ganzen besteht, so dividire man sie mit dem Theilungs-Exponenten derjenigen stetigen

Eintheilung, in die sie ihrem Werthe nach verwandelt und nach der sie bestimmt werden soll, setze den Rest, welcher bleibt, rechter Hand darneben, den erhaltenen Quotienten dividirt man wiederum durch denselben Theilungs-Exponenten, und schreibt den Rest, der wiederum bleibt, oder wenn alles aufgeht, eine Null, unter den vorigen Rest: dann dividire man den letztern Quotienten wiederum durch den Theilungs-Exponenten, schreibe gleichfalls unter den letztern Rest, denjenigen, welcher eben bleibt, oder Null aufserdem. Man fahre fort auf diese Weise mit diesem Theilungs-Exponenten so zu dividiren, schreibe auch die jedesmaligen Reste alle unter einander, wenn etwas bleibt; im Gegentheil aber eine Null, bis man endlich einen Quotienten erhält, worin der Theilungs-Exponent nicht mehr aufgeht, und folglich jener kleiner als dieser ist. Diese Reste geben nun die Glieder zu der verwandelten Zahl.

Hierauf schreibe man den untersten Rest oder letzten Quotienten linker Hand zuerst, und so die übrigen in der Ordnung und Folge nach einander, wie sie von unten hinauf über einander stehen, bis dafs der oberste Rest oder letzte Quotient rechter Hand zuletzt steht, welches daher das letzte Glied der Reihe ist. Diese Reihe von Gliedern ist nun die ihrem Werthe nach verwandelte Gröfse und solche in der neuen stetigen Eintheilung bestimmt.

A II) Denn eine Menge von Einheiten, die in und nach irgend einer stetigen Eintheilung angegeben ist, ist als eine Summe von niedern und höhern Potenzen, deren Coefficienten die gradweise auf einander folgenden Einheiten sind, des Theilungs-Exponenten dieser stetigen Eintheilung anzusehen. Soll nun diese Menge von Einheiten in und nach einer andern stetigen Eintheilung angegeben, d. i. in diese verwandelt werden, so soll man da gleichsam aus jener Summe von niedern und höhern Potenzen, mit bestimmten Coefficienten, des ersten Theilungs-Exponenten, eine Summe von niedern und höhern

Potenzen, mit bestimmten Coefficienten, des andern Theilungs-Exponenten darstellen.

Dieses kann nun auf keine andere Weise als durch wiederholte Division geschehen, weil diese anzeigt, wie vielfach der Theilungs-Exponent darin enthalten und wie viel Mal jede n^{te} Potenz desselben zu nehmen ist, welches letztere die nach der n^{ten} Division jedes Mal übrig bleibende Einheit angiebt.

(10)

Z. B. 109876964 soll in eine andere Zahl verwandelt werden, wo der Theilungs-Exponent 12 ist, ferner wo er 16 ist.

also	109876964	8			109876964	04
12,	9156413	5		16,	6867310	14
	763034	2			429206	06
	63586	10			26825	09
	5298	6			1676	12
	441	9			104	08
	36	0			6	
	3					

(12) (60)

03,00,09,06,10,02,05,08 = 06,08,12,09,06,14,04

Anmerk. Zum schnellern und kürzern Ausdrücken sey das Zeichen der Verwandlung oder des Uebersetzens *dem Werthe nach* ($|\dot{\div}|$), und $\beta\,|\dot{\div}|\,\alpha$ bedeutet: eine Zahl nach β ausgedrückt, soll ihrem Werthe nach nach α ausgedrückt werden, und also $\beta\,|\dot{\div}|\,\alpha\,|\dot{\div}|\,\gamma = \beta\,|\dot{\div}|\,\gamma$. Eben so bedeutet $\alpha\,|\dot{\div}|\,\beta$, eine Zahl nach α ausgedrückt soll ihrem Werthe nach nach β ausgedrückt werden. Der Theilungs-Exponent der in einer stetigen Eintheilung ausgedrückten und in einer andern stetigen Eintheilung ihrem Werthe nach zu verwandelnden Zahl mufs alle Mal linker Hand vor dem Zeichen und der Theilungs-Exponent der stetigen Eintheilung, wornach die Zahl ausgedrückt werden soll, hinter dem Zeichen stehen.

(12|÷|16) (16) (16|÷|12) (12)
Also 03,04,02,03,08 = 01,00,15,04,12 und 01,00,15,04,12 = 03,04,02,03,08

(12|÷|60)
Z. B. ferner 04,05,08,03,07,09,06

04,05,08,03,07,09,06
10,08,10,03,11 30
02,01,09,03 11
05,01 51
01 01

(12|÷|60) (60) (12)
Also 04,05,08,03,07,09,06 = 01,01,51,11,30 und 04,05,08,03,07,09,06

(60|÷|12)
= 01,01,51,11,30

A III) Es stelle bey folgenden zu verwandelnden Gröſsen jeder Buchstabe irgend eine unbestimmte Einheit vor, die insgesammt unmittelbar nach den Graden auf einander folgen, als: m,n,o,p,q, so ist m,n,o,p,q $\overset{(\alpha|\div|\beta)}{=}$ q $\overset{(\alpha|\div|\beta)}{+}$ p $\overset{(\alpha|\div|\beta)}{+}$ o $\overset{(\alpha|\div|\beta)}{+}$ n $\overset{(\alpha|\div|\beta)}{+}$ m oder mit Worten ausgedrückt: es ist im Resultat ganz einerley, ob man die Menge Einheiten einer von einer gewissen stetigen Eintheilung in die andere stetige Eintheilung zu verwandelnden Gröſse *auf ein Mal* verwandele, oder die Einheiten von jedem einzelnen Grade *besonders*; und diese einzelnen verwandelten Theile oder Einheiten nun zusammen addire.

(10|÷|12) 10|÷|12) (10|÷|12) (10|÷|12) (10|÷|12)
Z. B. 06,07,08,09,09 = 09 + 09,00 + 08,00,00 + 07,00,00,00

(10|÷|12) (12) (12) (12) (12)
+06,00,00,00,00 = 09 + 07,06 + 05,06,08 + 04,00,07,04 + 02,10,08,08,00

(12)
= 03,03,03,06,03.

(60|÷|10) (60|÷|10) (60|÷|10) (60|÷|10) (60|÷|10)
Z. B. 15,30,40,56 = 56 + 40,00 + 30,00,00 + 15,00,00,00
= 5,6 + 2,4,0,0 + 1,0,8,0,0,0 + 3,2,4,0,0,0,0 = 3350456.

$$\text{Z. B. } \underset{37,48,25,57,45}{\overset{(60|\div|10)}{\underline{\quad}}} = \underset{45}{\overset{(60|\div|10)}{\underline{\quad}}} + \underset{07,00}{\overset{(60|\div|10)}{\underline{\quad}}} + \underset{50,00}{\overset{(60|\div|10)}{\underline{\quad}}} + \underset{05,00,00}{\overset{(60|\div|10)}{\underline{\quad}}}$$

$$+ \underset{20,00,00}{\overset{(60|\div|10)}{\underline{\quad}}} + \underset{08,00,00,00}{\overset{(60|\div|10)}{\underline{\quad}}} + \underset{40,00,00,00}{\overset{(60|\div|10)}{\underline{\quad}}} + \underset{07,00,00,00,00}{\overset{60|\div|10)}{\underline{\quad}}}$$

$$+ \underset{30,00,00,00,00}{\overset{(60|\div|10)}{\underline{\quad}}} = 45 + 420 + 3000 + 18000 + 72000$$

$$+ 1728000 + 8640000 + 90720000 + 388800000 = 489981465.$$

B I) Wenn die zuverwandelnde Zahl ein bloser Theilungs-Exponenten-Bruch, oder sonst ein ächter Bruch ist, so dividire man mit dem neuen Theilungs-Exponenten sowohl den Zähler besonders als auch den Nenner besonders, und dieses so oft und so viel Mal, bis endlich ein Quotient heraus kommt, der kleiner als dieser Theilungs-Exponent ist: auch schreibe man wie bey dem Vorigen, die jedesmaligen Reste, und wenn eben der Theilungs-Exponent darin aufgehet, eine Null darneben.

Man setze alsdann die erhaltenen Reste oder Glieder des Zählers nach einander hin, den zuletzt erhaltenen Rest linker Hand zuerst, die andern, wie sie über einander stehen, daran, und den zuerst erhaltenen Rest zuletzt, mache einen Strich darunter und unter diesen auf eben die Weise die Reste des Nenners; so erhält man einen Bruch, der nach dem neuen Theilungs-Exponenten ausgedrückt ist, und wenn man mit diesem neuen Nenner in den neuen Zähler bis ins Unendliche dividirt, einen Theilungs-Ezponenten-Bruch.

B II) Denn ein ächter Bruch, folglich auch ein Theilungs-Exponenten-Bruch, ist als eine Zahl anzusehen, wo eine Menge Einheiten durch eine andere Menge Einheiten dividirt werden soll; ist diese Zahl nun zu verwandeln, nun so mufs jede Menge von Einheiten für sich nach *A* I), *A* II) und *A* III) verwandelt werden.

Z. B. I) $00;02,01,03,04,06 = \frac{(12|\div|20)}{02,01,03,04,06} = \frac{(12|\div|20)}{01,00,00,00,00,00}$

und

	02,01,03,04,06	06	1,00,00,00,00,00	12
20)	01,03,02,00	04	07,02,04,09	01
	09,01	09	04,03,10	02
	05		02,07	11
			01	

$$\frac{05,09,04,06}{01,11,02,01,12} = \frac{(20)}{(12|\div|20)} = 00;02,01,03,04,06$$

II) $\frac{2345678}{2489680} = \frac{(10|\div|60)}{2345678} : \frac{(10|\div|60)}{2489680}$

und

	2345678		2489680	
60)	39094	38	(60) 41494	40
	651	34	691	34
	10	51	11	51

$$\left(\frac{2346578}{2489680}\right) = \frac{(10|\div|60)}{10,51,34,38} = \frac{(60)}{11,51,34,40} = 00;54,56,26,46\ldots.$$

III) $00;07,08,09,10,09,03 = \frac{(12|\div|10)}{07,08,09,10,09,03} : \frac{(12|\div|10)}{1,00,00,00,00,00,00}$

$$= \frac{(12|\div|10)}{07,08,09,10,09,03} : \frac{(10)}{12^6} = \frac{1924815}{2985984}$$

07,08,09,10,09,03	
09,03,04,08,01	5
11,01,08,00	1
01,01,04,04	8
01,04,00	4
01,07	2
01	9

B III) Es sey irgend ein Theilungs-Exponenten-Bruch dem Werthe nach zu verwandeln, so mögen ebenfalls dessen unbestimmte einzelnen Theile oder Einheiten durch Buchstaben ausgedrückt und diese nach den Graden an einander gereihet seyn, als: o;a,b,c,d,e,f,g etc.,

$$\text{so ist } o;a,b,c,d,e,f,g \text{ etc.} = o;a \overset{(\alpha|\div|\beta)}{+} o;o,b \overset{(\alpha|\div|\beta)}{+} o;o,o,c \overset{(\alpha|\div|\beta)}{+} o;o,o,o,d \overset{(\alpha|\div|\beta)}{+} o;o,o,o,o,e \overset{(\alpha|\div|\beta)}{+} o;o,o,o,o,o,f \overset{(\alpha|\div|\beta)}{+} o;o,o,o,o,o,o,g \text{ etc.}$$

oder mit Worten gesagt: das Resultat einer Verwandlung eines Theilungs-Exponenten-Bruchs von einer gewissen stetigen Eintheilung leidet keine Veränderung, wenn man an Statt die Theile oder Menge Einheiten eines jeden Grades eines Theilungs-Exponenten-Bruchs von einer gewissen stetigen Eintheilung *auf ein Mal* zusammen zu verwandeln und in einen Theilungs-Exponenten-Bruch einer andern stetigen Eintheilung auszudrücken, sie, die Einheiten eines jeden einzelnen Grades, *besonders* verwandelt und diese in einen unendlichen Theilungs-Exponenten-Bruch nach der andern stetigen Eintheilung ausdrückt, und dann diese letztern besonders zusammen addirt.

$$\text{Z. B. } o;893245 = o;8 \overset{(10|\div|60)}{+} o;09 \overset{(10|\div|60)}{+} o;003 \overset{(10|\div|60)}{+} o;0002 \overset{(10|\div|60)}{+} o;00004 \overset{(10|\div|60)}{+} o;000005 = o;48 \overset{(60)}{+} o;05,24 \overset{(60)}{+} o;00,10,48 \overset{(60)}{+} o;00,00,43,12 \overset{(60)}{+} o;00,00,08,38,24 \overset{(60)}{+} o;00,00,01,04,48,00 \overset{(60)}{=} oo;53,35,40,55,52$$

§. 6.

Wenn folglich eine Zahl aus Ganzen und auch aus Brüchen besteht, und solche soll ihrem Werthe nach aus einer Art Eintheilung in eine andere, deren Theilungs-Exponenten gegeben sind, verwandelt werden, so muſs man nach *A* die Ganzen und nach *B* die Brüche verwandeln und übersetzen.

$$\text{I)}\quad \frac{(10|\div|12)}{89108;7678} = (10|\div|12) + \left[\frac{(10|\div|12)(10|\div|12)}{7678 \;:\; 10000}\right]$$

89108		7678		10000	
7425	8	639	10	833	4
618	9	53	3	69	5
51	6	4	5	5	9
4	3				

$$04,03,06,09,08 + \frac{4,05,03,10}{5,09,05,04} = 04,03,06,09,08;\bar{0}9,02,06,09,01\ldots$$

$$\text{II)}\quad \frac{(12|\div|10)}{8,09,08} \quad \frac{6,08,10,00}{8,04,06,08}$$

8,09,08		6,08,10,00		8,04,06,08	
10,06	08	08,01,00	00	10,00,08	00
01,00	06	09,08	04	01,00,00	08
01	02	11	06	01,02	04
		1	01	01	04
1268		11640		14480	

$$\frac{(12|\div|10)}{8,09,08} \quad \frac{6,08,10,00}{8,04,06,08} = 1268\frac{11640}{14480} = 1268\frac{291}{362}$$

Anmerk. Würde man nun nach *A* III) und *B* III) §. 5. die ganzen Zahlen und Theilungs-Exponenten-Brüche einer stetigen Eintheilung in die der andern stetigen Eintheilung verwandeln, oder was gleichviel gesagt ist: würde man die blosen positiven und negativen Potenzen des Theilungs-Exponenten einer stetigen Eintheilung in solche der andern stetigen Eintheilung nach *A* III) und *B* III) §. 5. verwandeln, jede 1 Mal bis $(\alpha - 1)$ Mal nehmen und solche geordnet nach einander hinschreiben, so würde man sich bequeme Verwandlungs-Tafeln verschaffen. Dieses habe ich nun zur Bequemlichkeit der Leser von den gangbarsten gebräuchlichsten stetigen Eintheilungen gethan, und die positiven und negativen Potenzen des Theilungs-Exponenten der dekadischen Eintheilung, in solche der duodekadischen und umgekehrt; ferner in solche der Sexagesimal-Eintheilung und umgekehrt verwandelt, und dergleichen Tafeln am Ende des Buchs angehängt.

§. 7.

Da man setzen kann, dafs $m\,\alpha^x + n\,\alpha^{x-1} + + + o\,\alpha^{x-x} = s\,\beta^y + r\,\beta^{y-1} + + + u\,\beta^{y-y}$, und wenn $m\,\alpha^x + n\,\alpha^{x-1} + + + o\,\alpha^{x-x} = \Gamma$, und $s\,\beta^y + r\,\beta^{y-1} + + + u\,\beta^{y-y} = \Lambda$, so ist $\Gamma = \Lambda$. Da aber nun der ächte natürliche Logarithmus einer Zahl eine Funktion von dieser ist, welche in einer unendlichen Reihe von lauter Produkten und Potenzen dieser Zahl besteht, und diese nun in unendliche Theilungs-Exponenten-Brüche aufgelöst sind, woher denn beyde, Zahl und Logarithmus, einen Theilungs-Exponenten haben müssen; so mufs auch $\mathrm{Lnt}\left(\frac{\alpha|\div|\beta}{\Gamma}\right) = \mathrm{Lnt}\left(\frac{\beta}{\Lambda}\right) = \frac{\alpha|\div|\beta}{\mathrm{Lnt}\ \Gamma}$ seyn, weil auch bey allen ächten natürlichen Logarithmen das Model $= 1$ ist. Es sey z. B. $\Gamma = 5$, $\alpha = 10$ und $\beta = 12$ folglich auch $\Lambda = 5$, so ist $\frac{\alpha}{\mathrm{Lnt}\,\Gamma} = \mathrm{Lnt}\,5 = 1{;}6094379124$ also

$$\frac{(10|\div|12)}{\mathrm{Lnt}\,\Gamma} = 1 + 6094379124 : \left(\frac{10|\div|12}{10^{10}}\right) = \frac{(\beta)}{\mathrm{Lnt}\,\Lambda}$$

6094379124	00	10000000000	
507864927	3	833333333	4
42322077	9	69444444	5
3526839	3	5787037	00
293903	11	482253	01
24491	11	40187	09
2040	00	3348	11
170	02	279	00
14	02	23	03
1	02	1	11

nun ist $1{,}02{,}02{,}00{,}11{,}11{,}03{,}09{,}03{,}00^{(12)} = 6094379124$ und 10^{10} $= 01{,}11{,}03{,}00{,}11{,}09{,}01{,}00{,}05{,}04^{(12)}$, folglich $1{,}6094379124^{(10|\div|12)}$

$$= 1 + \frac{1{,}02{,}02{,}00{,}11{,}11{,}03{,}09{,}03{,}00^{(12)}}{1{,}11{,}03{,}00{,}11{,}09{,}01{,}00{,}05{,}04^{(12)}}$$

Verwandelt man nun diesen Bruch in einen unendlichen Theilungs-Exponenten-Bruch, so wird der oben gefundene ächte natürliche Logarithmus der Zahl 5 nach dem Theilungs-Exponenten 12 zum Vorschein kommen. Wir wollen sehen

1,02,02,00,11,11,03,09,03,00,00 | 00;07,03,09,01,03 u. s. w.
01,11,03,00,11,09,01,00,05,04
1,01,06,09,06,10,03,07,03,01,04

07,03,05,01,00,01,11,10,08,00
01,11,03,00,11,09,01,00,05,04
05,09,09,02,11,03,03,01,04,00

01,05,07,10,00,10,08,09,04,00,00
01,11,03,00,11,09,01,00,05,04
1,05,05,03,08,09,09,09,04,00,00

02,06,04,00,11,00,00,00,00,00
01,11,03,00,11,09,01,00,05,04

07,00,11,11,02,10,11,06,08,00
01,11,03,00,11,09,01,00,05,04
05,09,09,02,11,03,03,01,04,00

01,03,02,08,03,07,08,05,04,00,00
01,11,03,00,11,09,01,00,05,04 u. s. w.

(10|÷|12) (12) (12) (12)
also ist $\mathrm{Lnt}\,\Gamma = \mathrm{Lnt}\,5 = 1 + 0;07,03,09,01,03$ u. s. w. $= 1;07,03,09,01,03$.....

§. 8.

Es lassen sich daher aus diesen Gründen für die Zahlen, oder für jede Menge Einheiten von irgend einer stetigen Eintheilung, nach dieser ausgedrückt, die ächten natürlichen Logarithmen nach derselben Eintheilung, auf einem sehr kurzen Wege, durch dieses Verwandeln der bereits nach einer andern stetigen Eintheilung berechneten ächten natürlichen Logarithmen bestimmen. Man braucht daher solche nicht auf die bekannte mühsame und langweilige Art zu berechnen, wenn dergleichen ächte Logarithmen-Tafeln für irgend eine Art Eintheilung verlangt werden, sondern man hat nur die schon bereits gebräuchlichsten ächten natürlichen Logarithmen für die dekadische Eintheilung durch den gegebenen Theilungs-Exponenten in die verlangten, zu verwandeln.

§. 9.

Wenn aber von einer Gröfse oder einer Menge Einheiten $y + z$ der ächte gemeine Logarithmus von irgend einem System Σ, dessen Basis β, einer Eintheilung mit ihren Theilungs-Exponenten β, gegeben wäre, und er sollte in den ächten gemeinen Logarithmus von einem System Υ, dessen Basis α, einer andern Eintheilung mit ihrem Theilungs-Exponenten α verwandelt werden, so mufs man ihn erst mit dem natürlichen Log. seiner Basis β multipliciren und solchen auf dessen ächten natürlichen zurück bringen, alsdann die Verwandlung dem Werthe nach vornehmen und den nun erhaltenen ächten natürlichen Logarithmus nach dem Theilungs-Exponenten α, mit der Subtangente des Systems Υ multipliciren, so hat man den verlangten ächten gemeinen Logarithmus von $x = \Gamma^{(\alpha|\div|\beta)}_{(\alpha|\div|\beta)}$

Denn $\frac{\beta}{\text{Lnt}\,\Lambda} = \frac{\alpha}{\text{Lnt}\,\Gamma}$, nun ist

$\frac{\beta}{\text{Lnt}\,\Lambda} = \frac{\beta}{\text{Lvlg}\,\Lambda} \cdot \frac{\beta}{\text{Lnt}\,\beta}$, und auch $\frac{\alpha}{\text{Lnt}\,\Gamma} = \frac{\alpha}{\text{Lvlg}\,\Gamma} \cdot \frac{\alpha}{\text{Lnt}\,\alpha}$ also

$$\frac{(\alpha|\div|\beta)}{\frac{\alpha}{\text{Lnt}\,\Gamma}} = \frac{(\alpha|\div|\beta)}{\frac{\alpha}{\text{Lvlg}\,\Gamma} \cdot \frac{\alpha}{\text{Lnt}\,\alpha}},$$ folglich

$$\frac{(\alpha|\div|\beta)}{\frac{\beta}{\text{Lvlg}\,\Lambda} \cdot \frac{\beta}{\text{Lnt}\,\beta} = \frac{\alpha}{\text{Lvlg}\,\Gamma} \cdot \frac{\alpha}{\text{Lnt}\,\alpha}}.$$ Es ist also

$$\frac{\beta}{\text{Lvlg}\,\Lambda} = \left(\frac{\alpha|\div|\beta}{\frac{\alpha}{\text{Lvlg}\,\Gamma} \cdot \frac{\alpha}{\text{Lnt}\,\alpha}}\right) : \frac{\beta}{\text{Lnt}\,\beta}$$

§. 10.

Denn würde man den ächten gemeinen Logarithmus von Γ^{α} sogleich verwandeln, so würde man zwar auch einen gemeinen Logarithmus von $\Gamma^{\alpha|\div|\beta}$ eines Systems nach einer Eintheilung, mit dem Theilungs-Exponenten β, bestimmt, erhalten, dessen Basis aber α wäre; folglich

einen unächten gemeinen Logarithmus; da doch zum ächten gemeinen Logarithmus des Systems Υ, die Basis β ist.

Denn nach dem vorigen §. 9. ist

$$\frac{(\alpha|\dot{\div}|\beta)}{\overset{\alpha}{\text{Lnt}\Gamma}} = \frac{(\alpha|\dot{\div}|\beta)}{\overset{\alpha}{\text{Lvlg}\,\Gamma}} \cdot \frac{}{\overset{\alpha}{\text{Lnt}\,\alpha}}, \text{ folglich}$$

$$\frac{(\alpha|\dot{\div}|\beta)}{\overset{\alpha}{\text{Lnt}\Gamma}} : \frac{}{\overset{\alpha}{\text{Lnt}\,\alpha}} = \frac{(\alpha|\dot{\div}|\beta)}{\overset{\alpha}{\text{Lvlg}\,\Gamma}}$$

$$\frac{(\alpha|\dot{\div}|\beta)}{\overset{\beta}{\text{Lnt}\,\Lambda}} : \frac{}{\overset{\alpha}{\text{Lnt}\,\alpha}} = \frac{(\alpha|\dot{\div}|\beta)}{\overset{\alpha}{\text{Lvlg}\,\Gamma}}$$

$$\frac{(\alpha|\dot{\div}|\beta)}{\overset{\beta}{\text{Lnt}\,\Lambda}} : \frac{}{\overset{\beta}{\text{Lnt}\,\alpha}} = \frac{(\alpha|\dot{\div}|\beta)}{\overset{\alpha}{\text{Lvlg}\,\Gamma}} \text{ und weil}$$

$$\frac{}{\overset{\beta}{\text{Lnt}\,\Lambda}} : \frac{}{\overset{\beta}{\text{Lnt}\,\alpha}} = \frac{}{\overset{\beta}{\text{L}\alpha\text{vlg}\,\Lambda}}, \text{ so ist}$$

$$\frac{(\alpha|\dot{\div}|\beta)}{\overset{\alpha}{\text{Lvlg}\,\Gamma}} = \frac{}{\overset{\beta}{\text{L}\alpha\text{vlg}\,\Lambda}}$$

Es sey z. B. $\overset{\alpha|\dot{\div}|\beta}{\Gamma} = \overset{\beta}{\Lambda} = 6$, und $\alpha = 12$, und $\beta = 10$, so ist folglich

$$\frac{\overset{(12|\dot{\div}|10)}{}}{\overset{\alpha}{\text{Lvlg}\,6}} = \frac{}{\overset{12}{\text{Lvlg}\,6}} = \overset{(12)}{00;08,07,09,11,09,01,03,11,00,04} = \frac{\overset{(12|\dot{\div}|10)}{}}{\overset{12}{\text{Lvlg}\,6}}$$

$$= 00;08,07,09,11,09,01,03,11,00,04 = 08;07,09,11,09,01,03,11,00,04 : 12^{10}$$

$$08,07,09,11,09,01,03,11,00,04 = \overset{(10)}{4464596261}2, \text{ und } 12^{10}$$

$$= \overset{(10)}{619173642224}$$

$$\begin{array}{r|l}
44645962612 & 0,7210570 \text{ u. s. w.} \\
\underline{61917364224} & \\
433421549568 & \\
\underline{130380765520} & \\
123834728448 & \\
\underline{65459370720} & \\
61917364224 & \\
\underline{3543006496 00} & \\
309586821120 & \\
\underline{437138284800} & \\
433421549568 & \\
\underline{3716735232} \text{ u. s. w.} &
\end{array}$$

$$\frac{44645962612}{61917364224} = 0,7210570 \text{ u. s. w.} = \frac{\overset{\beta}{\frown}}{\text{L}\alpha\text{vulg}\,\Lambda} = \frac{\overset{\beta}{\frown}}{\text{L}\alpha\text{vlg}\,6}$$

Dieser Logarithmus ist der nämliche unächte gemeine Logarithmus, welchen man weiter oben Kap. I. der II. Abth. §. 21. erhalten hatte.

§. 11.

Würde man aber den auf eben diese Weise und durch solches Verfahren erhaltenen gleichen unächten gemeinen Logarithmus von β, hier der Zahl 10, nehmen und ihn $\frac{\overset{\beta}{\frown}}{\text{L}\alpha\text{vlg}\,\beta} = 0;926628405 = \frac{1}{m}$ setzen; so wird man die Subtangente zwischen diesem unächten gemeinen Logarithmen-Systeme und dem ächten gemeinen Logarithmen-Systeme erhalten. Wenn man nun alle solche unächte gemeine Logarithmen wie den letztern von 6 mit dieser Subtangente multiplicirt; so wird man die ächten gemeinen Logarithmen eines Systems erhalten, dessen Basis β ist.

$$\text{Denn } \frac{\overset{\beta}{\frown}}{\text{L}\alpha\text{vlg}\,\Lambda} : \frac{\overset{\beta}{\frown}}{\text{Lvlg}\,\Lambda} = \frac{\overset{\beta}{\frown}}{\text{L}\alpha\text{vlg}\,\beta} : \frac{\overset{\beta}{\frown}}{\text{Lvlg}\,\beta} = \frac{\overset{\beta}{\frown}}{\text{L}\alpha\text{vlg}\,\beta} : 1$$

$$\text{also ist } \frac{\overset{\beta}{\frown}}{\text{Lvlg}\,\Lambda} = \frac{\overset{\beta}{\frown}}{\text{L}\alpha\text{vlg}\,\Lambda} = \frac{\overset{(\alpha|\div|\beta)}{\frown}}{\text{Lvlg}\,\Gamma} : \frac{\overset{\beta}{\frown}}{\text{L}\alpha\text{vlg}\,\beta} = \frac{\overset{(\alpha|\div|\beta)}{\frown}}{\text{Lvlg}\,\Gamma} : \frac{\overset{(\alpha|\div|\beta)}{\frown}}{\text{Lvlg}\,\beta} = \frac{\overset{\beta}{\frown}}{\text{Lvlg}\,\Lambda}$$

Z. B. 0,721057059.....: da $\overline{\text{L}\alpha\text{vlg}\beta}^{\beta} = 0{,}926628405$

m. $\overline{\text{L}\alpha\text{vlg}\beta}^{\beta} = \overline{\text{Lvlg}\beta}^{\beta} = 1 =$ m. 0,926628405.....

$$\text{m} = \frac{1}{0{,}926628405.....} = 1{,}07918125$$

m. 0,721057059..... = 0,77815125

Anmerk. Da es nun seyn kann, dafs der Leser oft dergleichen ächte gemeine Logarithmen für eine stetige Eintheilung nach derselben, vorzüglich für die Duodecimal- und Sexagesimal-Eintheilung, sich gern verschaffen möchte, und er durch Verwandlung anderer ächten gemeinen Logarithmen einer andern stetigen Eintheilung unächte nach der ersten Eintheilung erhalten kann; so habe ich jeder Verwandlungs-Tafel auch die Vielfältigen der Zahlen beygefügt, womit die, durch die eben vorhergegangene Verwandlung der ächten gemeinen Logarithmen derjenigen stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent $= \alpha$, erhaltenen unächten gemeinen Logarithmen der stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent $= \beta$, zu multipliciren sind, um die ächten gemeinen derselben zu erhalten. Nämlich die Subtangente der ächten gemeinen Logarithmen der duodekadischen Eintheilung, wodurch sie aus den durch Verwandlung der ächten gemeinen Logarithmen der dekadischen Eintheilung erhaltenen unächten gemeinen der dekadischen Eintheilung dargestellt werden, ist der ersten Verwandlungs-Tafel beygefügt und so das Umgekehrte der zweyten; der dritten die Subtangente der ächten gemeinen Logarithmen der Sexagesimal-Eintheilung, wodurch solche aus den durch Verwandlung der ächten gemeinen Logarithmen der dekadischen Eintheilung erhaltenen unächten gemeinen der Sexagesimal-Eintheilung darzustellen sind; und so das Umgekehrte in der vierten Verwandlungs-Tafel.

§. 12.

Da Zirkel-Gröfsen als blofse Gröfsen, aus Ganzen und aus Brüchen bestehend, angesehen werden können, weil sie nach unendlichen Theilungs-Exponenten-Brüchen bestimmt sind, und weil bey Berechnung derselben der Theilungs-Exponent alle Mal als Basis oder Grundlage ist angenommen worden; so lassen sich solche, auf Verlangen, in und nach jeder stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent bestimmt angegeben, ebenfalls auf dem sehr kurzen Wege der gezeigten Verwandlung der Gröfsen ihrem Werthe nach, bestimmen, da sie bereits für und nach einer stetigen Eintheilung, nämlich der dekadischen, berechnet sind, ohne dafs man solche nochmals nach der bekannten langweiligen Rechnung suchen müfste.

§. 13.

Von den Logarithmen der Zirkel-Gröſsen und deren Verwandlung, wenn diese schon verwandelt sind oder werden sollen, wird Folgendes gelten:

1) Wenn man den ächten natürlichen Logarithmus einer Zirkel-Gröſse, für und nach einer stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent bestimmt ist, in einer andern stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent gegeben ist, nach dem kürzlich Gezeigten, dem Werthe nach, verwandelt; so erhält man den ächten natürlichen Logarithmus, für die andere stetige Eintheilung nach solcher, für die gleichfalls, ihrem Werthe nach, verwandelte Zirkel-Gröſse.

2) Ist ferner der ächte gemeine Logarithmus irgend einer Zirkel-Gröſse, es mögen Tangenten, Sinusse und Sekanten u. s. w. seyn, für und nach einer gewissen stetigen Eintheilung von einem gewissen Theilungs-Exponenten α, gegeben, welcher in und für eine andere Eintheilung von einem gewissen Theilungs-Exponenten β, dem Werthe nach, für die darin verwandelte oder zu verwandelnde und zu suchende Zirkel-Gröſse verwandelt werden soll; so lasse man die Karakteristik weg und verwandele nach den beyden vorletzten §. 10. und 11. den Theilungs-Exponenten-Bruch allein; so erhält man den ächten gemeinen Logarithmus der neuen Eintheilung, dem man nun eine Kennziffer geben kann, welche man will, je nachdem man in dieser Eintheilung die Basis angenommen hat.

§. 14.

Wenn daher die ächten natürlichen und ächten gemeinen Logarithmen der bloſsen Zahlen für eine stetige Eintheilung nach derselben in die andern ächten natürlichen und ächten gemeinen Logarithmen der bloſsen Zahlen für die andere stetige Eintheilung nach derselben dem Werthe nach schon verwandelt sind, und es würden nun die Zirkel-Gröſsen, in und für die andere stetige Eintheilung bestimmt, und auch wohl deren ächte Logarithmen verlangt; so hat man nur die ächten natürlichen Logarithmen der Zirkel-Gröſsen jener Eintheilung zu verwandeln und zu solchem verwandelten Logarithmus in den bereits schon verwandelten ächten Logarithmen der Zahlen dieser Eintheilung ihre Proportional-Zahl, die Zirkel-Gröſse, zu suchen.

ANHANG,

WELCHER DIE ERLÄUTERUNG UND DEN GEBRAUCH DER NACHFOLGENDEN VERWANDLUNGSTAFELN ENTHÄLT.

ANHANG.

ANHANG.

Erläuterung und Gebrauch nachfolgender Verwandlungs-Tafeln.

§. 1.

I) A der ersten Verwandlungs-Tafel enthält die positiven Potenzen des Theilungs-Exponenten von der dekadischen Eintheilung von 1 bis 1000,0000,0000,0000, ein bis neun Mal genommen, verwandelt in solche des Theilungs-Exponenten von der dyodekadischen Eintheilung = 12, oder mit andern Worten die Zahlen nach der Dekadik verwandelt in solche nach der dyodekadischen Eintheilung. Sie folgen von 1 bis zur ersten Hälfte von oben hinunter nach einander, alsdann mit der andern Hälfte von unten nach oben hinauf neben der ersten, so dafs hier die höchste Potenz neben der Null steht und man beym Nachschlagen erst von oben hinunter und alsdann von unten hinauf gehen mufs.

II) B der ersten Verwandlungs-Tafel enthält die negativen Potenzen des Theilungs-Exponenten 10 von der dekadischen Eintheilung von 1 bis 0;0000,0000,0000,001, 1 bis 9 Mal genommen, verwandelt in solche des Theilungs-Exponenten von der dyodekadischen Eintheilung, oder diesem gleich ausgedrückt: die Decimal-Brüche oder Theilungs-Exponenten-Brüche der dekadischen Eintheilung verwandelt in solche der dyodekadischen Eintheilung.

III) In C der ersten Verwandlungs-Tafel stehen die Vielfachen derjenigen Subtangente, durch welche man die mit Hülfe von A und B durch Verwandlung erhaltenen unächten gemeinen Logarithmen der dyodekadischen Eintheilung in die ächten derselben verwandelt.

IV) Die zweyte Verwandlungs-Tafel leistet gerade das Umgekehrte der ersten.

V) Die dritte Verwandlungs-Tafel liefert die ganzen Zahlen und die Theilungs-Exponenten-Brüche nach der dekadischen Eintheilung verwandelt in solche nach der Sexagesimal-Eintheilung.

Zu gleichem Behuf steht auch da diejenige Subtangente, durch welche man sich aus den ebenfalls vermittelst A und B dieser Verwandlungs-Tafel, durch Verwandlung der ächten gemeinen Logarithmen der Dekadik erhaltenen unächten gemeinen Logarithmen der Sexagesimal-Eintheilung, die ächten derselben, der letzten, verschafft.

VI) Die vierte Verwandlungs-Tafel gewährt gerade den umgekehrten Gebrauch der dritten.

§. 2.

Es sey eine Gröfse in bestimmten Zahlen nach einer von den drey stetigen Eintheilungen, deren Theilungs-Exponent entweder 10, oder 12, oder 60 ist, gegeben, sie soll ihrem völligen Werthe nach in Zahlen nach einer andern von den zwey stetigen Eintheilungen verwandelt werden.

§. 3.

1. *Fall.* Wenn die gegebene Gröfse in bestimmten ganzen Zahlen nach der dekadischen Eintheilung besteht, die nicht über 1000,0000,0000,000 hinausgehen, sie sollen in solche nach der dyodekadischen verwandelt werden; so suche man die Einheit von ihrem niedrigsten Grade zuerst in A der ersten Verwandlungs-Tafel in den mit $\frac{\alpha|\div|\beta}{x}$ bezeichneten Kolumnen auf, die gleich rechts darneben stehende Zahl in der mit $\frac{\beta}{y}$ bezeichneten Kolumne ist ihr verwandelter Werth nach der dyodekadischen Eintheilung, man schreibe ihn auf etwas Beschreibbares heraus; ferner suche man eben so die Einheiten von noch höhern Graden und schreibe ihre Werthe unter denjenigen der ersten Zahl, addire alles zusammen, so hat man die Gröfse ihrem Werthe nach in Zahlen nach der dyodekadischen Eintheilung ausgedrückt oder verwandelt.

Z. B.

$\frac{(10\|\div\|12)}{333333}$		
3	=	03
30	=	02,06
300	=	02,01,00
3000	=	01,08,10,00
30000	=	01,05,04,04,00
300000	=	01,02,05,07,04,00
$\frac{(10\|\div\|12)}{333333}$	=	$\frac{(12)}{01,04,00,10,09,09}$

$\frac{(10\|\div\|12)}{789675321428}$		
8	=	08
20	=	01,08
400	=	02,09,04
1000	=	06,11,04
20000	=	11,06,10,08
300000	=	01,02,05,07,04,00
5000000	=	01,08,01,01,06,02,08
70000000	=	01,11,05,03,09,03,01,04
600000000	=	01,04,08,11,03,02,02,08,00
9000000000	=	01,08,11,02,00,11,09,04,00,00
80000000000	=	01,03,06,00,07,10,00,08,03,06,08
700000000000	=	11,03,07,11,08,07,00,00,07,01,04
$\frac{(10\|\div\|12)}{789675321428}$	=	$\frac{(12)}{01,00,09,00,06,04,08,00,01,02,09,08}$

2. *Fall.* Wenn die gegebene Gröfse in bestimmten Theilungs-Exponenten-Brüchen nach der dekadischen Eintheilung besteht, die nicht über 0,000000000000001 gehen und in solche nach der dyodekadischen Eintheilung verwandelt werden sollen; so suche man die nächsten Einheiten hinter dem Komma von niedrigerm Grade als die Einer, in B. der ersten Verwandlungs-Tafel unter der mit $\frac{(\alpha|\div|\beta)}{x}$ bezeichneten Kolumne auf, die gleich rechter Hand in der mit $\frac{\beta}{y}$ bezeichneten Kolumne stehende Zahl ist der verwandelte Werth nach der dyodekadischen Eintheilung, man schreibe ihn heraus; ferner suche man auf eben die Weise nach einander die übrigen Glieder von immer niedrigerm Grade und schreibe ihre gleich

rechts neben ihnen stehenden Werthe unter die der ersten, addire sie, so ist die Summe ein Theilungs-Exponenten-Bruch nach der dyodekadischen Eintheilung und der verlangte, dem Werthe nach zu verwandelnde der dekadischen Eintheilung.

(10|÷|12)

Z. B. 0,054325 (12)

0,05 = 00;00,07,02,04,09,07;02,04,09,07;02,04,09,07

0,004 = 00;00,00,06,10,11,03;11,02,09,04,10,09,00,03

0,0003 = 00;00,00,00,06,02,07,09,06,06,01,03,02,05,09

0,00002 = 00;00,00,00,00,04,11,08,07,07,07,03,04,11,07

0,000005 = 00;00,00,00,00,01,02,11,01,10,10,09,10,02,11

(10|÷|12) (12)

0,054325 = 00;00,07;09,10,05;09,06,11,07,07,05,07,06,01

(10|÷|12) (12)

0,054325 = 00;00,07;09,10,05;09,07

(10|÷|12)

0;592592592592593

0,5 = 00;06,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00

0,09 = 00;01,00,11,06,02,10,06,08,07,08,01,11,00,06

0,002 = 00;00,00,03,05,05,07,11,07,04,08,05,04,06,02

0,0005 = 00;00,00,00,10,04,04,11,10,10,02,01,04,01,06

0,00009 = 00;00,00,00,01,10,04,08,10,04,02,09,04,04,01

0,000002 = 00;00,00,00,00,00,05,11,07,11,06,08,08,10,09

0,0000005 = 00;00,00,00,00,00,01,05,10,11,10,08,02,02,08

0,00000009 = 00;00,00,00,00,00,03,02,08,04,06,09,00,06

0,000000002 = 00;00,00,00,00,00,00,00,00,10,03,10,00,02,05

0,0000000005 = 00;00,00,00,00,00,00,00,00,02,06,11,06,00,07

0,00000000009 = 00;00,00,00,00,00,00,00,00,05,06,10,05,05

0,000000000002 = 00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,01,05,10,00

0,0000000000005 = 00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,04,05,06

0,00000000000009 = 00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,09,07

0,000000000000003 = 00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,04

---

(12)

0,592592592592593 = 00;07,01,04

3. *Fall.* Wenn der ächte Logarithmus einer dyodekadischen Zahl verlangt wird, so suche man von dieser ihrem Werthe nach, in eine dekadische Zahl verwandelten dyodekadischen Zahl den ächten gemeinen

Logarithmus nach der dekadischen Eintheilung, verwandele diesen durch A und B der ersten Verwandlungs-Tafel in einen unächten gemeinen nach der dyodekadischen Eintheilung, und dann vermittelst C (der Vielfältigen, womit etc.) der ersten Verwandlungs-Tafel in den ächten gemeinen nach der dyodekadischen Eintheilung; indem man nämlich nach und nach die Einheiten, von immer niederm und niederm Grade des unächten gemeinen Logarithmus, in C der ersten Verwandlungs-Tafel in der ersten und dritten Kolumne, von der Linken her, aufsucht, und die in der zweyten und vierten Kolumne gleich darneben stehenden Zahlen in gehöriger Ordnung heraus schreibt, jeder der herausgeschriebenen Zahlen aber eben so viel Nullen hinter dem Semikolon vorsetzt, als vor der Zahl, der sie zugehört, stehen. Die Summe dieser Zahlen ist nun der ächte gemeine Logarithmus jener dyodekadischen Zahl.

Man verlange z. B. $\text{Lvlg}^{(12)}\ 03,04,08 = \frac{\text{Lvlg}^{10|\div|12}\ \binom{12|\div|10}{03,04,08}}{\text{Lvlg}^{10|\div|12}\ \binom{10}{12}}$

nach §. 10 und 11 Kap. III. der II. Abth. Nun ist $03,04,08^{12|\div|10} = 488$ also

$\text{Lvlg}^{(12)}\ 03,04,08 = \frac{\text{Lvlg}^{10|\div|12}\ 488}{\text{Lvlg}\ 12}$; nun sind die Vielfältigen, welche in C der ersten Verwandlungs-Tafel stehen $\frac{(12-1) \text{ bis } 1}{\text{Lvlg}^{10|\div|12}\ 12}$

Lvlg 488 = 2.68841985

2.	=	2;00,00,00,00,00,00,00,00
0.6	=	0;07,02,04,09,07,02,04,10
0.08	=	0;00,11,06,02,10,06,08,08
0.008	=	0;00,01,01,09,10,07,10,08
0.0004	=	0;00,00,00,08,03,06,04,08
0.00001	=	0;00,00,00,00,02,05,10,04
0.000009	=	0;00,00,00,00,02,02,10,06
0.0000008	=	0;00,00,00,00,00,02,04,08
		2;08,03,01,07,00,10,06,04

02;	=	01;10,02,10,05,01,07,03,05,06	
00;08	=	00;07,04,11,05,08,06,04,09,10	
00;00,03	=	00;00,02,09,04,03,07,08,04,11	
00;00,00,01	=	00;00,00,00,11,01,05,02,06,09	
00;00,00,00,07	=	00;00,00,00,06,05,10,00,05,11	
00;00,00,00,00,00,10	=	00;00,00,00,00,00,09,03,02,04	
00;00,00,00,00,00,00,00,06	=	00;00,00,00,00,00,00,05,06,09	
00;00,00,00,00,00,00,00,00,04	=	00;00,00,00,00,00,00,00,03,08	(12)
02,08,03,01,07,00,10,06,04	=	02;05,10,08,08,09,10,04,09,08 = Lvlg 03,04,08	

$\frac{10|\div|12}{\text{Lvlg } 12}$

Dieser Logarithmus ist aber doch nur bis auf sechs Grade hinter dem Semikolon gewifs, denn in dem siebenden kann schon ein Unterschied von drey Einheiten Statt finden, weil nur sieben Grade hinter den Einern bey dem zu verwandelnden Logarithmus aus den Tafeln genommen worden waren und da der letzte Grad eine Einheit zu viel oder zu wenig enthalten konnte.

Man verlangt $\text{Lvlg}^{(12)}\, 0;07,01,04 = \text{Lvlg}^{(12)}\frac{01,04}{02,03} = \text{Lvlg}^{\frac{(10|\div|12)}{10}}\frac{16}{27} : \frac{10|\div|12}{\text{Lvlg}\left(\frac{10}{12}\right)}$

$$= \frac{10|\div|12}{\text{Lvlg } 16 - \text{Lvlg } 27}$$

$$\left(\frac{10|\div|12}{\text{Lvlg } \frac{10}{12}}\right)$$

$$\frac{10|\div|12}{1{,}20411998 - 1.43136376} = \frac{10|\div|12}{0{,}77275622 - 1}$$

0,7	=	00;08,04,09,07,02,04,09,07
0,07	=	00;00,10,00,11,06,02,10,07
0,002	=	00;00,00,03,05,05,07,11,07
0,0007	=	00;00,00,01;02,06,02,02,03
0,00005	=	00;00,00,00;01,00,05,11,00
0,000006	=	00;00,00,00;00,01,05,11,00
0,0000002	=	00;00,00,00,00,00,00,07,02
0,00000002	=	00;00,00,00,00,00,00,00,09

$\frac{10|\div|12}{0{,}77275625 - 1} = 00;09,03,03,03,10,05,08,06 - 1$

—1	=	00;00,10,06,09,05,02,04,09,03—1
00;09	=	00,08,04,00,10,11,01,02,05,01
00;00,03	=	00;00,02,09,04,03,07,08,04,11
00;00,00,03	=	00;00,00,02,09,04,03,07,08,05
00;00,00,00,03	=	00;00,00,00,02,09,04,03,07,08
00;00,00,00,00,10	=	00;00,00,00,00,09,03,02,04,02
00;00,00,00,00,00,05	=	00;00,00,00,00,00,04,07,07,02
00;00,00,00,00,00,00,08	=	00;00,00,00,00,00,00,07,05,10
00;00,00,00,00,00,00,00,06	=	00;00,00,00,00,00,00,00,05,06
00;09,03,03,03,10,05,08,06—1	=	00;09,05,08,01,07,03,08,09,02—1

$\frac{10|\div|12}{\text{Lvlg } 12}$

nach Kapitel I. der II. Abth. §. 5 ist

Lvlg 01,04	=	4 Lvlg 2	=	01;01,04,08,00,07,08,08,04
Lvlg 02,03	=	3 Lvlg 3	=	01;03,10,11,11,00,04,11,06

$$\text{Lvlg}\ \frac{01,04}{02,03}^{(12)} = 00;09,05,08,01,07,03,08,10—1$$

§. 4.

Sind die dem Werthe nach zuverwandelnden Gröfsen, ganze Zahlen oder Theilungs-Exponenten-Brüche und Zirkel-Gröfsen, oder Logarithmen von solchen nach der dyodekadischen Eintheilung gegeben, welche in solche der dekadischen verwandelt werden sollen; so bediene man sich zu gleichem Behuf und nach ähnlichen Verfahren der A, B und C. der zweyten Verwandlungs-Tafel, wie der ersten zum Verwandeln der dekadischen in dyodekadische Zahlen. Wenn nämlich die ganzen Zahlen nicht über 1,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00 und die Theilungs-Exponenten-Brüche nicht über 00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,01 hinausgehen. Man suche ebenfalls nach der Reihe wie bey den Vorigen die Zahlen in den mit $\frac{\alpha|\div|\beta}{x}$ bezeichneten Kolumnen auf, wo darneben ihr Werth in den mit $\frac{\beta}{y}$ bezeichneten Kolumnen steht.

1. *Fall.* Die zu verwandelnde Gröfse ist eine ganze Zahl nach der dyodekadischen Eintheilung, welche in eine nach der dekadischen Eintheilung zu verwandeln ist. Z. B.

(12|÷|10)

01,00,09,00,06,04,08,00,01,02,09,08

08	=	8
09,00	=	108
02,00,00	=	288
01,00,00,00	=	1728
08,00,00,00,00,00	=	1990656
04,00,00,00,00,00,00	=	11943936
06,00,00,00,00,00,00,00	=	214990848
09,00,00,00,00,00,00,00,00,00	=	4643802316 8
01,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00	=	74300837068 8

(12|÷|10)

01,00,09,00,06,04,08,00,01,02,09,08 = 789675321428

(12|÷|10)

04,03,04,03,04,03

03	=	3
04,00	=	48
03,00,00	=	432
04,00,00,00	=	6912
03,00,00,00,00	=	62208
04,00,00,00,00,00	=	995328

12|÷|10

04,03,04,03,04,03 = 1064931

2. *Fall.* Wenn die zu verwandelnde Gröfse ein Theilungs-Exponenten-Bruch nach der dyodekadischen Eintheilung ist, welcher vermittelst B der zweyten Verwandlungs-Tafel in einen, nach der dekadischen, verwandelt werden soll.

(12|÷|10)

00;00,07,09,10,05,09,07

00;00,07	=	0,0486111111111
00;00,00,09	=	0,00520833333333
00;00,00,00,10	=	0,00048225308642
00;00,00,00,00,05	=	0,00002009387860
00;00,00,00,00,00,09	=	0,00000301408179
00;00,00,00,00,00,00,07	=	0,00000019535715

(12|÷|10)

00;00,07,09,10,05,09,07 = 0,0543250008484

Aus diesem Beyspiele, welches zur Probe auf das §. 3 Fall 2 steht, ersieht man, um wie viel man dort zu viel genommen habe, nämlich um 0,0000000000 8484, indem man 00;00,00,00,00,00,00,07 voll setzte.

$$\frac{(12|\div|10)}{00;07,08,01,11,00,05,09,01,05,03,04,03,10}$$

00;07	=	0,583333333333333
00;00,08	=	0,055555555555556
00;00,00,01	=	0,000578703703703
00;00,00,00,11	=	0,000053047839506
00;00,00,00,00,00,05	=	0,000001674489880
00;00,00,00,00,00,00,09	=	0,000000251173480
00;00,00,00,00,00,00,00,01	=	0,000000002325680
00;00,00,00,00,00,00,00,00,05	=	0,000000000969030
00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,03	=	0,000000000048450
00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,04	=	0,000000000005380
00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,03	=	0,000000000000340
00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,10	=	0,000000000000090

$$\frac{(12|\div|10)}{00;07,08,01,11,00,05,09,01,05,03,04,03,10} = 0,639999999999970 = 0,64$$

3. *Fall.* Man verlangt den ächten gemeinen Logarithmus einer dekadischen Zahl durch Verwandlung des ächten gemeinen Logarithmus einer dyodekadischen Zahl, welche jener dem Werthe nach verwandelten dekadischen Zahl gleich ist, zu erhalten.

$$\text{Z. B. Lvlg } 488 = \frac{\text{Lvlg}\binom{12|\div|10}{488}}{\text{Lvlg}\binom{10|\div|12}{488}} : \frac{\text{Lvlg}\binom{12|\div|10}{10}}{\text{Lvlg}\binom{10|\div|12}{10}}$$

$$= \text{Lvlg}\,{}^{(12)}_{03,04,08} = 02;05,10,08,08,09,10,05$$

02	=	2,000000000000000
00;05	=	0,416666666666667
00;00,10	=	0,069444444444444
00;00,00,08	=	0,004629629629630
00;00,00,00,08	=	0,000385802469140
00;00,00,00,00,09	=	0,000036168981480
00;00,00,00,00,00,10	=	0,000003348979760
00;00,00,00,00,00,00,05	=	0,000000139540820
		2,491166200

2,	=	2,15836250
0,4	=	0,43167250
0,09	=	0,09712631
0,001	=	0,00107918
0,0001	=	0,00010792
0,00006	=	0,00006475
0,000006	=	0,00000648
0,0000002	=	0,00000021
Lvlg 488	=	2,68841985

$$\text{Lvlg}^{10}\tfrac{16}{25} = \frac{\text{Lvlg}\left(\begin{smallmatrix}10\\16\end{smallmatrix}\right)^{12|\div|10} - \text{Lvlg}\left(\begin{smallmatrix}10\\25\end{smallmatrix}\right)^{12|\div|10}}{\text{Lvlg}\left(\begin{smallmatrix}12\\10\end{smallmatrix}\right)^{12|\div|10}}$$

(12)

Lvlg 01,04	=	01;01,04,08,00,07,08,08,03,10,08
Lvlg 02,01	=	01;03,06,06,04,09,08,10,03,08,00
Lvlg $\frac{01,04}{02,01}$	=	00;09,10,01,07,09,11,10,00,02,08—1

00;09	=	0;75000000000000
00;00,10	=	0,06944444444444
00;00,00,01	=	0,00057870370370
00;00,00,00,07	=	0,00003375771 6049
00;00,00,00,00,09	=	0,00000361689848
00;00,00,00,00,00,11	=	0,00000368387774
00;00,00,00,00,00,00,10	=	0,00000027908165
00;00,00,00,00,00,00,00,00,02	=	0,00000000038761
00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,08	=	0,00000000012920
00;09,10,01,07,09,11;10,00,02,08—1	=	0,82040085773631—1
—1	=	0,92081875—2
0,8	=	0,86334500
0,02	=	0,02158363
0,0004	=	0,00043167
0,0000008	=	0,00000086
0,00000006	=	0,00000007
Lvlg $\frac{16}{25}$	=	080617998—1

nach Vegas Logar. Tafeln ist

Lvlg 16	=	1.20411998
Lvlg 25	=	1.39794000
Lvlg $\frac{16}{25}$	=	0.80617998—1

§. 5.

Wenn ferner die dem Werthe nach zu verwandelnden Gröfsen ganze Zahlen oder Theilungs-Exponenten-Brüche, Zirkel-Gröfsen, oder derselben Logarithmen sind, welche nach der dekadischen Eintheilung gegeben und in solche der Sexagesimal-Eintheilung verwandelt werden sollen; so gebrauche man zu dem Ende, eben so A, B und C der dritten Verwandlungs-Tafel, wie die der ersten, zum Verwandeln der dekadischen Zahlen in dyodekadische.

1. *Fall.* Blofse ganze Zahlen, die zu verwandeln gegeben, durch A zu verwandeln. Z. B.

$$\frac{10|\div|60}{460531870625}$$

25	=	25
600	=	10,00
70000	=	19,26,40
800000	=	03,42,13,20
1000000	=	04,37,46,40
30000000	=	02,18,53,20,00
500000000	=	38,34,48,53,20
60000000000	=	01,17,09,37,46,40,00
400000000000	=	08,34,24,11,51,06,40

$$\frac{10|\div|60}{460531870625} = (60)\ 09,52,14,51,59,37,05$$

$$\frac{(10|\div|60)}{223344566778899}$$

9	=	09
90	=	01,30
800	=	13,20
8000	=	02,13,20
70000	=	19,26,40
700000	=	03,14,26,40
6000000	=	27,46,40,00
60000000	=	04,37,46,40,00
500000000	=	38,34,48,53,20
5000000000	=	06,25,48,08,53,20
40000000000	=	51,26,25,11,06,40
400000000000	=	08,34,24,11,51,06,40
3000000000000	=	01,04,18,01,28,53,20,00
30000000000000	=	11,53,00,14,48,53,20,00
200000000000000	=	01,11,26,41,38,45,55,33,20
2000000000000000	=	11,54,26,56,27,39,15,33,20
223344566778899	=	13,19,00,29,22,52,07,28,19

2. *Fall.* Eine Gröſse, die aus einem Theilungs-Exponenten-Bruch nach der dekadischen Eintheilung besteht, sey zu verwandeln in einen nach der Sexagesimal-Eintheilung. Man bediene sich dazu B der dritten Verwandlungs-Tafel. Z. B.

$$\left(\begin{smallmatrix}10|\div|60\\ \pi\end{smallmatrix}\right) = \frac{(10|\div|60)}{3{\cdot}14159265358979 32^{x}}$$

3.1	=	03;06
0.04	=	00;02,24
0.001	=	00;00,03,06
0.0005	=	00;00,01,48,00
0.00009	=	00;00,00,19,26,24
0.000002	=	00;00,00,00,25,55,12
0.0000006	=	00;00,00,00,07,46,33,36
0.00000005	=	00;00,00,00, 0,38,52,48,06
0.000000003	=	00;00,00,00,00,02,19,58,04,48
0.0000000005	=	00;00,00,00,00,00,23,19,40,48,00
0.00000000008	=	00;00,00,00,00,00,03,43,56,55,40,48
0.000000000009	=	00;00,00,00,00,00,00,25,11,39,15,50,24
0.0000000000007	=	00;00,00,00,00,00,00,01,57,34,23,13,55,12
0.00000000000009	=	00;00,00,00,00,00,00,00,15,06,59,33,30,14,24
0.000000000000003	=	00;00,00,00,00,00,00,00,00,30,13,59,07,00,28,48
0.0000000000000002	=	00;00,00,00,00,00,00,00,00,02,00,55,56,28,01,55,12
0.0000000000000000x	=	00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,23,15,24,48,09,45,55

$$\frac{(10|\div|60)}{3{\cdot}14159265358979 32^{x}} = 03;08,29,44,00,47,25,53,07,24,57,36,17,43,04,29,07 = \pi$$

3. *Fall.* Man verlangt den ächten gemeinen Logarithmus einer Zahl nach der Sexagesimal-Eintheilung, er soll vermittelst Verwandlung des ächten gemeinen Logarithmus derjenigen Zahl, nach der dekadischen Eintheilung, erhalten werden, welche man durch Verwandlung der gegebenen Zahl erhält. Z. B.

$$\mathrm{Lvlg}\left(\begin{smallmatrix}60\\ \pi\end{smallmatrix}\right) = \mathrm{Lvlg}\left(\begin{smallmatrix}\frac{10|\div|60}{10}\\ \pi\end{smallmatrix}\right) : \mathrm{Lvlg}\left(\begin{smallmatrix}\frac{10|\div|60}{10}\\ 60\end{smallmatrix}\right)$$

$\text{Lvlg}\binom{10}{\pi} = 0;4971498726941339$

0;4	=	0;24
0,09	=	0;05,24
0.007	=	0;00,25,12
0.0001	=	0;00,00,21,36
0.00004	=	0;00,00,08,38,24
0.000009	=	0;00,00,01,56,38,24
0.0000008	=	0;00,00,00,10,22,04,48
0.00000007	=	0,00,00,00,00,54,25,55,12
0.000000002	=	0;00,00,00,00,01,33,18,43,12
0.0000000006	=	0;00,00,00,00,00,27,59,36,57,36
0.00000000009	=	0;00,00,00,00,00,04,11,56,32,38,24
0.000000000004	=	0;00,00,00,00,00,00,11,11,50,47,02,24
0.000000000001	=	0;00,00,00,00,00,00,00,16,47,46,10,33,36
0.000000000000003	=	0;00,00,00,00,00,00,00,05,02,19,51,10,04,48
0.000000000000000003	=	0;00,00,00,00,00,00,00,00,30,13,59,07,00,28,48
0.000000000000000009	=	0;00,00,00,00,00,00,00,00,09,04,11,44,06,08,38,24

10|÷|60 (60)

0.4971498726941339 = 0;29,49,44,22,21,00,24,59,02,25

0;29,49,44,22,21,00,24,59,02 vermittelst C der dritten Verwandlungs-Tafel.

0;20	=	0;11,14,58,28,49,36,05,45,50,40
0;09	=	0;05,03,41,09,58,19,14,35,37,48
0;00,40	=	0;00,22,29,42,57,39,12,11,31,41
0;00,09	=	0;00,05,03,41,09,58,19,14,35,38
0;00,00,40	=	0;00,00,22,29,42,57,39,12,11,32
0;00,00,04	=	0;00,00,02,14,58,17,45,55,13,09
0;00,00,00,20	=	0;00,00,00,11,14,51,28,49,36,06
0;00,00,00,02	=	0;00,00,00,01,07,29,08,52,57,36
0;00,00,00,00,20	=	0;00,00,00,00,11,14,51,28,49,36
0;00,00,00,00,01	=	0;00,00,00,00,00,33,44,34,26,29
0;00,00,00,00,00,00,20	=	0;00,00,00,00,00,00,11,14,51,29
0;00,00,00,00,00,00,04	=	0;00,00,00,00,00,00,02,14,58,18
0;00,00,00,00,00,00,00,50	=	0;00,00,00,00,00,00,00,28,07,09
0;00,00,00,00,00,00,00,09	=	0;00,00,00,00,00,00,00,05,03,41
0;00,00,00,00,00,00,00,00,02	=	0;00,00,00,00,00,00,00,00,01,07

$\text{Lvlg}\binom{60}{\pi}$ (60)

= 0;16,46,31,00,10,27,44,43,52

§. 6.

Wie das Verfahren bey Anwendung einer jeden der drey ersten Tafeln war, so ist es auch bey der vierten und letzten Verwandlungs-Tafel, welche dazu dienen soll, vermittelst derselben ganze Zahlen, Theilungs-Exponenten-Brüche, Zirkel-Gröfsen und ächte natürliche und gemeine Logarithmen, welche nach der Sexagesimal-Eintheilung gegeben sind, ihrem völligen Werthe nach, in solche nach der dekadischen Eintheilung zu verwandeln, wenn die ganzen Zahlen nicht gröfser als $1,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00^{(60)}$ sind und die Theilungs-Exponenten-Brüche nicht über $00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,01^{(60)}$ hinausschreiten.

1. *Fall.* Wenn ganze Zahlen nach der Sexagesimal-Eintheilung, in solche nach der Decimal-Eintheilung zu verwandeln sind, vermittelst A der vierten Verwandlungs-Tafel.

$$\frac{(60|\div|10)}{09,52,14,51,59,37,05}$$

05	=	5
07,00	=	420
30,00	=	1800
09,00,00	=	32400
50,00,00	=	180000
01,00,00,00	=	216000
50,00,00,00	=	10800000
04,00,00,00,00	=	51840000
10,00,00,00,00	=	129600000
02,00,00,00,00,00	=	1555200000
50,00,00,00,00,00	=	3888000000
09,00,00,00,00,00,00	=	41990400000

$$(60|\div|10)$$

$$09,52,14,51,59,37,05 = 460531870625$$

$$\frac{(60|\div|10)}{59{,}06{,}24{,}58{,}45{,}55{,}33{,}20{,}00{,}00}$$

20,00,00	=	72000
03,00,00,00	=	648000
30,00,00,00	=	6480000
05,00,00,00,00	=	64800000
50,00,00,00,00	=	648000000
05,00,00,00,00,00	=	3888000000
40,00,00,00,00,00	=	31104000000
08,00,00,00,00,00,00	=	326592000000
50,00,00,00,00,00,00	=	2332800000000
04,00,00,00,00,00,00,00	=	11197440000000
20,00,00,00,00,00,00,00	=	55987200000000
06,00,00,00,00,00,00,00,00	=	100776960000000
09,00,00,00,00,00,00,00,00,00	=	7069926400000000
50,00,00,00,00,00,00,00,00,00	=	503884800000000000

$$\frac{(60|\div|10)}{59{,}06{,}24{,}58{,}45{,}55{,}33{,}20{,}00{,}00} = 57566171334400000$$

2. *Fall.* Wenn die zu verwandelnde Zahl ein Theilungs-Exponenten-Bruch nach der Sexagesimal-Eintheilung ist, und in einen nach der Decimal-Eintheilung verwandelt werden soll, vermittelst B der vierten Verwandlungs-Tafel.

$$\frac{(60|\div|10)}{3;08,29,44,00,47,25,53,07}$$

3	=	3
0;08	=	0,133333333333333
0;00,20	=	0,00555555555555
0;00,09	=	0,00250000000000
0;00,00,40	=	0,00018518518519
0;00,00,04	=	0,00001851851852
0;00,00,00,00,40	=	0,00000005144033
0;00,00,00,00,07	=	0,00000000900206
0;00,00,00,00,00,20	=	0 00000000042867
0;00,00 00,00,00,05	=	0,00000000010717
0;00,00,00,00,00,00,50	=	0,00000000001786
0;00,00,00,00,00,00,03	=	0,00000000000107
0;00,00,00,00,00,00,00,07	=	0,00000000000004

$$\frac{60|\div|10}{3;08,29,44,00,47,25,53,07} = 3{,}14159265358979$$

3. *Fall.* Der ächte gemeine Logarithmus einer gewissen Zahl nach der Sexagesimal-Eintheilung ist gegeben, man wünscht den ächten gemeinen Logarithmus nach der Decimal-Eintheilung jener dem Werthe nach in eine dekadische Zahl verwandelten Zahl durch Verwandlung zu erfahren. Z. B.

$$\frac{(60|\div|10)}{\text{Lvlg}\binom{60}{x}} : \frac{60|\div|10}{\text{Lvlg}\binom{60}{10}} = \frac{(60|\div|10)}{01;45,30,15,48,36,24,12,50} : \frac{(60|\div|10)}{\text{Lvlg}\binom{60}{10}}$$

01;	=	1;000000000000
00;40	=	0;666666666667
00;05	=	0;083333333333
00;00,30	=	0;008333333334
00;00,00,10	=	0;000046296296
00;00,00,05	=	0;000023148148
00;00,00,00,40	=	0;000003086419
00;00,00,00,08	=	0;000000617284
00;00,00,00,00,30	=	0;000000038580
00;00,00,00,00,06	=	0;000000007716
00;00,00,00,00,00,20	=	0;000000000429
00;00,00,00,00,00,04	=	0;000000000086
00;00,00,00,00,00,00,10	=	0;000000000003
00;00,00,00,00,00,00,02	=	0;000000000000
00;00,00,00,00,00,00,00,50	=	0;000000000000
		1;759406528297

1;759406528297	
1;	1.778151250 36
0;7	0.244705875 25
0;05	0.088907562 52
0;009	0.016003361 25
0;0004	0.000711260 50
0;000006	0.000010668 91
0;0000005	0.000000889 08
0;00000002	0.000000035 56
0;000000008	0.000000014 23
0;0000000002	0.000000000 36
0;00000000009	0.000000000 16
0;00000000007	0.000000000 01

$$\text{Lvlg } 1344,2836 = 3.128490918 19 \quad \text{also ist } x = 22,24;17,00,57,36 \qquad (60)$$

§. 7.

Aus Obigem und allen den nun angeführten Beyspielen wird hoffentlich ein jeder schon etwas mit der Mathematik Vertrauter den Nutzen und die Anwendung dieser vier Verwandlungs-Tafeln einsehen und sich solcher selbst leicht auf alle mögliche Weise zu bedienen wissen. Ein Mehreres hierüber zu sagen würde überflüssig seyn.

Nur sey es mir noch erlaubt eine einzige praktische Anwendung der vorgetragenen Lehren bey Berechnung der Widerlagen der Gewölber zu machen.

In Belidors Ingenieur-Wissenschaften steht unter mehreren Regeln für Praktiker und Handwerker auch folgende die Berechnung der Dicke der Widerlagen der steinernen Brücken zu beyden Seiten des Ufers betreffend. Sie lautet wie folgt:

„Wenn man eine Brücke bauen will, die aus einem Schwibbogen *b d i* von einer Tonnen-Wölbung besteht; so errichte man aus dem Mittel-Punkt *a* die senkrechte Linie *a g* und theile den Quadranten *b d* in zwey gleiche Theile: ferner ziehe man die Linie *m k* mit *e a* paralell; so dafs sie durch den Mittel-Punkt des Schwibbogens hindurch geht; so wird dieselbe die beste Dicke bestimmen, welche man den Widerlagen *m p s q* geben kann.“

Regel 1) „Mache man die Linie *a l* zum Quadrat und ziehe aus dem halben Produkt die Quadrat-Wurzel. Hierdurch bekommt man die Seite *l v* oder *v a* des rechtwinklichten Dreyecks *l v a* und zugleich das Stück *v b*, das man besonders schreibt, weil es bey der 3ten Nummer gebraucht wird, ferner addire man die 2 Linien *l v* und *s b* zusammen, damit man die Höhe der Widerlagen bekommt und welches das erste Glied giebt.“

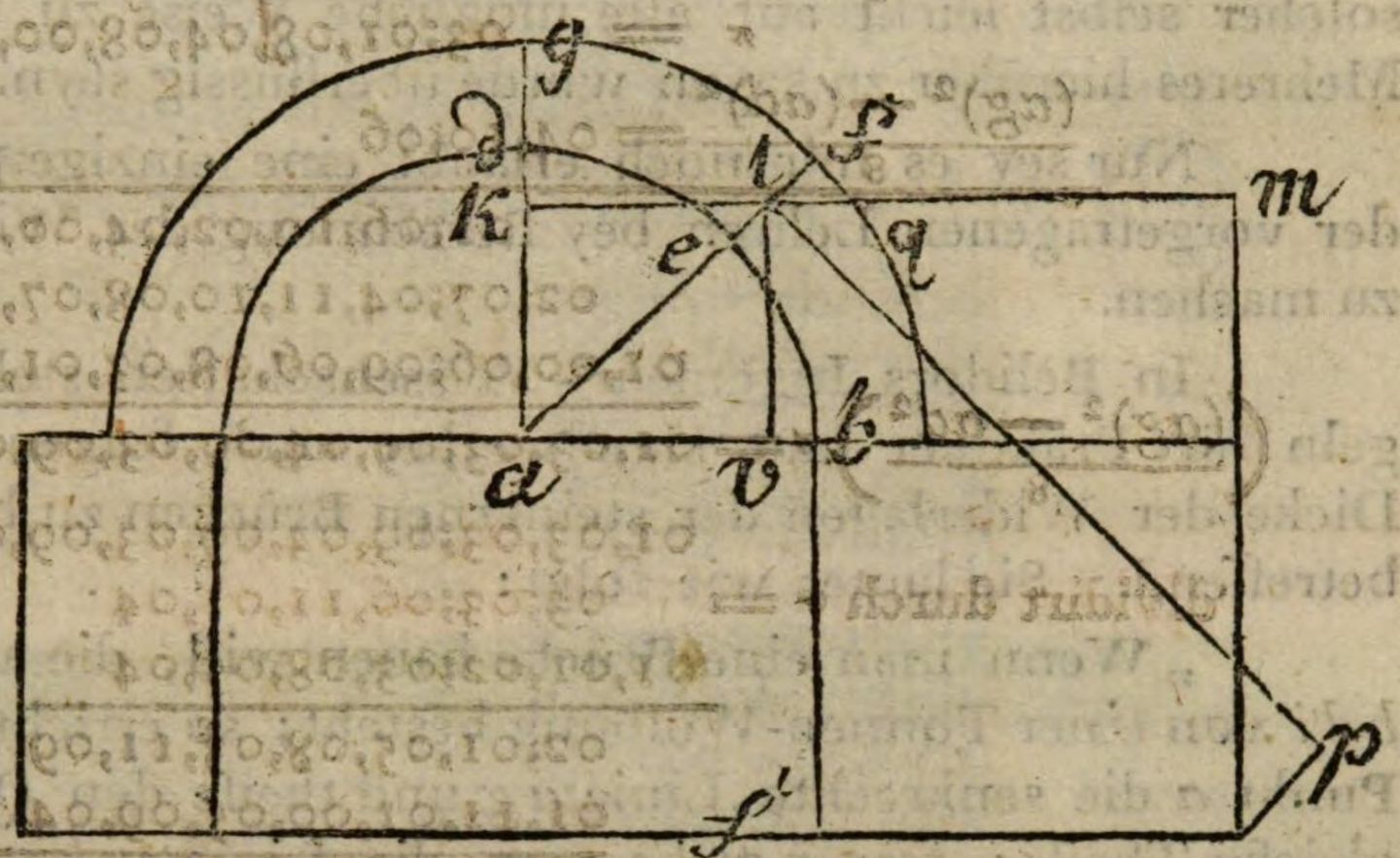
2) „Suche man den Inhalt der beyden Zirkel, deren Halbmesser *a d* und *a g* sind und ziehe den kleinern vom gröfsern ab, den achten Theil des Unterschiedes dividire man durch das erste Glied, so wird der Quotient das zweyte Glied geben.“

3) „Ziehe man das Stück *v b* vom ersten Gliede ab und nehme den doppelten Ueberrest, so bekommt man das dritte Glied.“

4) „Addire man das zweyte Glied zum dritten, die Summe multiplicire man durch das zweyte Glied und ziehe aus dem Produkt die Qua-

drat-Wurzel, von dieser ziehe man das zweyte Glied ab, so wird der Rest die Dicke der Widerlagen geben, wozu man den sechsten Theil davon addiren kann; so wird der Bogen auch die Last des Brücken-Pflasters und des Fuhrwerks ertragen."

Setzet man den Halbmesser $al = 36'$, die Dicke der Schwibbogen $gd = 6'$ und die Höhe der Widerlagen $sb = 12'$, so wird sich daraus die Dicke der Widerlagen nach obiger Regel durch folgende Rechnungen bestimmen lassen.



$la = 03,03'$
$= 03,03'$
$09,09'$
$09,09$
$10,06,09 \square'$
$05,03,04;06,00$

05|03,04|06,00
04
1,03,04
04
1,00,09
02,07;06,00
04,06
02,03,03,00
04,03,00,00,00
04,07,00
04,02,05,10,01
06,01,11,00,00
04,07,01,11,01
01,06,09,01,11,00,00
04,07,01,10,02
01,06,04,07,04,09,04
etc.

$02,03';06,11,01,04 = lv$
$08';05,00,10,08 = vb$

$02,03';06,11,01,04 = lv$
$01,00; = sb$
$03,03';06,11,01,04 = a$ oder das erste Glied

$ag + ad = 03,06' + 03,00' = 06,06'$
$ag - ad = 03,06' - 03,00' = 06'$

$(ag)^2 - (ad)^2 = 03,03,00\,\square'$
$\frac{(ag)^2-(ad)^2}{8} = 04,10;06\,\square'$ und
$\pi = 03;01,08,04,08,00,09,04,09,04$
$\frac{(ag)^2-(ad)^2}{8} = 04,10;06$

01;06,10,02,04,00,04,08,04,08
02,07;04,11,10,08,07,09,11,09,04
01,00,06;09,06,08,03,01,07,01,04

$\left(\frac{(ag)^2-ad^2}{8}\right)\pi =$ 01,03,03;09,04,09,03,09,09,09,06 $\square'$

01,03,03;09,04,09,03,09,09,09,06 $\square'$
dividirt durch $\alpha =$ 03,03;06,11,01,04

01,01,02;03,08,05,04

02,01,05,08,03,11,09
01,11,01,00,05,09,04

02,04,07,10,02,05,09
03,03,06,11,01,04
02,02,04,07,04,10,08

etc.

Quotient $04';07,08,08,03,01 = \beta$ das zweyte Glied

$sl =$ 03,03;06,11,01,04
subtr. $vb =$ 08;05,00,10,08

$sl - vb =$ 02,07;01,10,02,08
$2(sl - vb) =$ 05,02;03,08,05,04 $= \gamma$ das dritte Glied
04;07,08,08,03,01 $= \beta$ das zweyte Glied

05,06;11,05,01,07,01 $= \beta + \gamma$
04;07,08,08,03,01 $= \beta$

01,10,03;09,08,06,04,04
03,03;00,08,11,11,01
03;08,06,11,05,01
03,08,06,11,05
01,04,08,10
05,07

02,01,10;10,10,05,10,04,00 $= \beta^2 + \beta\gamma$

02|01,10|10,10|05,10|04,00 ⌊01,05′;07,07,01,00,02
01

01,01,10
02

01,00,01

01,09,10,10
02,10

01,08,02,01

01,08,09,05,10,04,00
02,11,02

01,08,06,06,01

02,11,09,04,00
02,11,03,02,01

etc.

01,05′;07,07,01,00,02
04′;07,08,08,03,01 subtr.

01,00′;11,10,04,09,01 ist die Dicke der Widerlagen
02;01,11,08,09,06 man addire hiezu den $\frac{1}{6}$ Theil

01,03′;01,10,01,06,07 also

15′, 1 Zoll, 10 Linien, $1\frac{1}{2}$ Scrupel wären die Dicken der Widerlagen zu machen, so dafs auch das Brücken-Pflaster und das Fuhrwerk vom Bogen getragen werden könnte. Nach Belidor sind es 15 Fufs, 3 Zoll und 4 Linien, welches Facit durch das Fehlerhafte seiner Rechnung herauskommt.

I. Verwandlungstafel

für Gröfsen der stetigen Eintheilung
deren Theilungs - Exponent = 10, in die deren Theilungs - Exponent = 12

A. der ganzen Zahlen von 1 bis 1000,0000,0000,0000

$\frac{\alpha\|\div\|\beta}{X} = \frac{\beta}{Y}$						$\frac{\alpha'\|\div\|\beta}{X} = \frac{\beta'}{Y}$						
0	0	1000	0000	0000	0000	09,04	01,10	06,08	04,08	08,01	11,08	05,04
1	1	900	0000	0000	0000	08,04	11,03	06,00	04,03	00,01	09,04	00,00
2	2	800	0000	0000	0000	07,05	08,08	05,04	03,09	04,01	06,11	06,08
3	3	700	0000	0000	0000	06,06	06,01	04,08	03,03	08,01	04,07	01,04
4	4	600	0000	0000	0000	05,07	03,06	04,00	02,10	00,01	02,02	08,00
5	5	500	0000	0000	0000	04,08	00,11	03,04	02,04	04,00	11,10	02,08
6	6	400	0000	0000	0000	03,08	10,04	02,08	01,10	08,00	09,05	09,04
7	7	300	0000	0000	0000	02,09	07,09	02,00	01,05	00,00	07,01	04,00
8	8	200	0000	0000	0000	01,10	05,02	01,04	00,11	04,00	04,08	10,08
9	9	100	0000	0000	0000	11	02,07	00,08	00,05	08,00	02,04	05,04
10	10	90	0000	0000	0000	10	01,01	06,07	02,09	10,09	09,04	00,00
20	01,08	80	0000	0000	0000	08	11,08	00,06	05,02	01,07	04,03	06,08
30	02,06	70	0000	0000	0000	07	10,02	06,05	07,06	04,04	11,03	01,04
40	03,04	60	0000	0000	0000	06	08,09	00,04	09,10	07,02	06,02	08,00
50	04,02	50	0000	0000	0000	05	07,03	06,04	00,02	10,00	01,02	08,08
60	05,00	40	0000	0000	0000	04	05,10	00,03	02,07	00,09	08,01	09,04
70	05,10	30	0000	0000	0000	03	04,04	06,02	04,11	03,07	03,01	04,00
80	06,08	20	0000	0000	0000	02	02,11	00,01	07,03	06,04	10,00	10,08
90	07,06	10	0000	0000	0000	01	01,05	06,00	09,07	09,02	05,00	05,04
100	08,04	9	0000	0000	0000	01	00,01	04,03	01,05	09,05	09,04	00,00
200	01 04,08	8	0000	0000	0000		10,09	02,05	05,03	09,09	01,07	06,08
300	02 01,00	7	0000	0000	0000		09,05	00,07	09,01	10,00	05,11	01,04
400	02 09,04	6	0000	0000	0000		08,00	10,10	00,11	10,03	10,02	08,00
500	03 05,08	5	0000	0000	0000		06,08	09,00	04,09	10,07	02,06	02,08
600	04 02,00	4	0000	0000	0000		05,04	07,02	08,07	10,10	06,09	09,04
700	04 10,04	3	0000	0000	0000		04,00	05,05	00,05	11,01	11,01	04,00
800	05 06,08	2	0000	0000	0000		02,08	03,07	04,03	11,05	03,04	10,08
900	06 03,00	1	0000	0000	0000		01,04	01,09	08,01	11,08	07,08	05,04
1000	06 11,04	9000	0000	0000			01,02	06,05	01,04	02,01	09,04	00,00
2000	01,01 10,08	8000	0000	0000			01,00	11,00	06,06	04,06	10,11	06,08
3000	01,08 10,00	7000	0000	0000			11	03,07	11,08	07,00	00,07	01,04
4000	02,03 09,04	6000	0000	0000			09	08,03	04,10	09,05	02,02	08,00
5000	02,10 08,08	5000	0000	0000			08	00,10	10,00	11,10	03,10	02 08
6000	03,05 08,00	4000	0000	0000			06	05,06	03,03	02,03	05,05	09,04
7000	04,00 07,04	3000	0000	0000			04	10,01	08,05	04,08	07,01	04,00

I. Verwandlungstafel

für Gröfsen der stetigen Eintheilung
deren Theilungs - Exponent = 10, in die deren Theilungs - Exponent = 12

A. der ganzen Zahlen von 1 bis 1000,0000,0000

$\frac{\alpha \mid \div \mid \beta}{X} = \frac{\beta}{Y}$					$\frac{\alpha \mid \div \mid \beta}{X} = \frac{\beta}{Y}$						
7000			04,00	07,04	3000	0000	0000	04	10,01	08,05	04,08	07,01	04,00
8000			04 07	06,08	2000	0000	0000	03	02,09	01,07	07,01	08,08	10,08
9000			05,02	06,00	1000	0000	0000	01	07,04	06,09	09,06	10,04	05 04
1	0000		05,09	05,04	900	0000	0000	01	05,05	03,08	09,09	09,04	00,00
2	0000		11,00	10,08	800	0000	0000	01	03,06	00,07	10,00	08,03	06,08
3	0000	01	05,04	04,00	700	0000	0000	01	01,06	09,06	10,03	07,03	01,04
4	0000	01	11,01	09,04	600	0000	0000		11,07	06,05	10,06	06,02	08,00
5	0000	02	04,11	02,08	500	0000	0000		09,08	03,04	10,09	05,02	02,08
6	0000	02	10,08	08,00	400	0000	0000		07,09	00,03	11,00	04,01	09,04
7	0000	03	04,06	01,04	300	0000	0000		05,09	09,02	11,03	03,01	04,00
8	0000	03	10,03	06,08	200	0000	0000		03,10	06,01	11,06	02,00	10,08
9	0000	04	04,01	00,00	100	0000	0000		01,11	03,00	11,09	01,00	05,04
10	0000	04	09,10	05,04	90	0000	0000		01,08	11,02	00,11	09,04	00,00
20	0000	09	07,08	10,08	80	0000	0000		01,06	07,03	02,02	05,07	06,08
30	0000	01,02	05,07	04,00	70	0000	0000		01,04	03 04	03,05	01,11	01 04
40	0000	01,07	03,05	09,04	60	0000	0000		01,01	11,05	04,07	10,02	08,00
50	0000	02,00	01,04	02,08	50	0000	0000		11	07,06	05,10	06,06	02 08
60	0000	02,04	11,02	08,00	40	0000	0000		09	03,07	07,01	02,09	09,04
70	0000	02,09	09,01	01,04	30	0000	0000		06	11,08	08,03	11,01	04,00
80	0000	03,02	06,11	06,08	20	0000	0000		04	07,09	09,06	07,04	10,08
90	0000	03,07	04,10	00,00	10	0000	0000		02	03,10	10,09	03,08	05,04
100	0000	04,00	02,08	05,04	9	0000	0000		02	01,01	04,10	09,04	00,00
200	0000	08,00	05,04	10,08	8	0000	0000		01	10,03	11,00	02,11	06 08
300	0000	01	00,00	08,01	04,00	7	0000	0000		01	07,06	05,01	08,07	01,04
400	0000	01	04,00	10,09	09,04	6	0000	0000		01	04,08	11,03	02,02	08,00
500	0000	01	08,01	01,06	02,08	5	0000	0000		01	01,11	05,04	07,10	02,08
600	0000	02	00,01	04,02	08,00	4	0000	0000			11,01	11,06	01,05	09 04
700	0000	02	04,01	06,11	01,04	3	0000	0000			08,04	05,07	07,01	04 00
800	0000	02	08,01	09,07	06,08	2	0000	0000			05,06	11,09	00,08	10,08
900	0000	03	00,02	00,04	00,00	1	0000	0000			02,09	05,10	06,04	05,04
1000	0000	03	04 02	03,00	05,04	9000	0000			02,06	01,08	03,04	00,00
2000	0000	06	08 04	06 00	0,08	8000	0000			02,02	09,06	00,03	06,08
3000	0000	10	00,06	09,01	04,00	7000	0000			01,11	05,03	09,03	01,04
4000	0000	01,01	04,09	00,01	09,04	6000	0000			01,08	01,01	06 02	08,00
5000	0000	01,04	08,11	03,02	02,08	5000	0000			01,04	08,11	03,02	02,08

I. Verwandlungstafel

für Gröfsen der stetigen Eintheilung
deren Theilungs-Exponent = 10, in die deren Theilungs-Exponent = 12

B. der Theilungs-Exponentenbrüche von 1 bis 0,00000000000001

$$\frac{\alpha \mid \div \mid \beta}{X} = \frac{\beta}{Y}$$

1,		01;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00
0,9		00;10,09	07,02	04,09	07,02	04,09	07,02	04,09
0,8		00;09,07	02,04	09,07	02,04	09,07	02,04	09,07
0,7		00;08,04	09,07	02,04	09,07	02,04	09,07	02,04
0,6		00;07,02	04,09	07,02	04,09	07,02	04,09	07,02
0,5		00;06,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00
0,4		00;04,09	07,02	04,09	07,02	04,09	07,02	04,09
0,3		00;03,07	02,04	09,07	02,04	09,07	02,04	09,07
0,2		00;02,04	09,07	02,04	09,07	02,04	09,07	02,04
0,1		00;01,02	04,09	07,02	04,09	07,02	04,09	07,02
0,09		00;01,00	11,06	02,10	06,08	07,08	01,11	00,05
0,08		00;00,11	06,02	10,06	08,07	08,01	11,00	05,09
0,07		00;00,10	00,11	06,02	10,06	08,07	08,01	11,00
0,06		00;00,08	07,08	01,11	00,05	09,01	05,03	04,04
0,05		00;00,07	02,04	09,07	02,04	09,07	02,04	09,07
0,04		00;00,05	09,01	05,03	04,03	10,00	11,06	02,08
0,03		00;00,04	03,10	00,11	06,02	10,06	08,07	08,01
0,02		00;00,02	10,06	08,07	08,01	11,00	05,09	01,05
0,01		00;00,01	05,03	04,03	10,00	11,06	02,08	06,08
0,009		00;00,01	03,06	07,05	10,03	03,02	00,02	03,08
0,008		00;00,01	01,09	10,07	10,05	06,09	09,06	00,07
0,007		00;00,01	00,01	01,09	10,07	10,05	06,09	09,06
0,006		00;00,00	10,04	04,11	10,10	02,01	04,01	06,05
0,005		00;00,00	08,07	08,01	11,00	05,09	01,05	03,04
0,004		00;00,00	06,10	11,03	11,02	09,04	10,09	00,03
0,003		00;00,00	05,02	02,05	11,05	01,00	08,00	09,03
0,002		00;00,00	03,05	05,07	11,07	04,08	05,04	06,02
0,001		00;00,00	01,08	08,09	11,09	08,04	02,08	03,01
0,000	9	00;00,00	01,06	07,11	04,07	06,03	09,07	05,02
0,000	8	00;00,00	01,04	07,00	09,05	04,03	04,06	07,03
0,000	7	00;00,00	01,02	06,02	02,03	02,02	11,05	09,04
0,000	6	00;00,00	01,00	05,03	07,01	00,02	06,05	11,05
0,000	5	00;00,00	00,10	04,04	11,10	10,02	01,04	01,06
0,000	4	00;00,00	00,08	03,06	04,08	08,01	08,03	03,07
0,000	3	00,00,00	00,06	02,07	09,06	06,01	03,02	05,09
0,000	2	00;00,00	00,04	01,09	02,04	04,00	10,01	07,10

I. Verwandlungstafel

für Gröfsen der stetigen Eintheilung

deren Theilungs-Exponent = 10, in die deren Theilungs-Exponent = 12

B. der Theilungs-Exponentenbrüche von 1 bis 0,00000000000001

$$\frac{\alpha \mid \div \mid \beta}{X} = \frac{\beta}{Y}$$

0,000	2	00;00,00	00,04	01,09	02,04	04,00	10,01	07,10
0,000	1	00;00,00	00,02	00,10	07,02	02,00	05,00	09,05
0,000	09	00;00,00	00,01	10,04	08,10	04,02	09,04	04,01
0,000	08	00;00,00	00,01	07,10	10,06	06,05	01,07	10,04
0,000	07	00;00,00	00,01	05,05	00,02	08,07	06,11	04,06
0,000	06	00;00,00	00,01	02,11	01,10	10,09	10,02	10,09
0,000	05	00;00,00	00,01	00,05	03,07	01,00	02,06	04,11
0,000	04	00;00,00	00,00	09,11	05,03	03,02	06,09	11,02
0,000	03	00;00,00	00,00	07,05	06,11	05,04	11,01	05,04
0,000	02	00;00,00	00,00	04,11	08,07	07,07	03,04	11,07
0,000	01	00;00,00	00,00	02,05	10,03	09,09	07,08	05,09
0,000	009	00;00,00	00,00	02,02	10,05	10,00	03,04	00,05
0,000	008	00;00,00	00,00	01,11	10,07	10,02	10,11	07,00
0,000	007	00,00,00	00,00	01,08	10,09	10,05	06,07	01,08
0,000	006	00;00,00	00,00	01,05	10,11	10,08	02,02	08,03
0,000	005	00;00,00	00,00	01,02	11,01	10,10	09,10	02,11
0,000	004	00;00,00	00,00	00,11	11,03	11,01	05,05	09,06
0,000	003	00;00,00	00,00	00,08	11,05	11,04	01,01	04,02
0,000	002	00;00,00	00,00	00,05	11,07	11,06	08,08	10,09
0,000	001	00;00,00	00,00	00,02	11,09	11,09	04,04	05,04
0,000	0009	00;00,00	00,00	00,02	08,02	11,09	07,06	04,10
0,000	0008	00;00,00	00,00	00,02	04,07	11,09	10,08	04,03
0,000	0007	00;00,00	00,00	00,02	01,00	11,10	01,10	03,09
0,000	0006	00;00,00	00,00	00,01	09,05	11,10	05,00	03,02
0,000	0005	00;00,00	00,00	00,01	05,10	11,10	08,02	02,08
0,000	0004	00;00,00	00,00	00,01	02,03	10,10	11,04	02,02
0,000	0003	00;00,00	00,00	00,00	10,08	11,11	02,06	01,07
0,000	0002	00;00,00	00,00	00,00	07,01	11,11	05,08	01,01
0,000	0001	00;00,00	00,00	00,00	03,06	11,11	08,10	00,06
0,000	0000 9	00;00,00	00,00	00,00	03,02	08,04	06,09	00,06
0,000	0000 8	00,00,00	00,00	00,00	02,10	04,09	04,08	00,05
0,000	0000 7	00;00,00	00,00	00,00	02,06	01,02	02,07	00,04
0,000	0000 6	00;00,00	00,00	00,00	02,01	09,07	00,06	00,04
0,000	0000 5	00;00,00	00,00	00,00	01,09	05,11	10,05	00,03
0,000	0000 4	00,00,00	00,00	00,00	01,05	02,04	08,04	00,02
0,000	0000 3	00;00,00	00,00	00,00	01,00	10,09	06,03	00,02

I. Verwandlungstafel

für Gröſsen der stetigen Eintheilung
deren Theilungs-Exponent = 10, in die deren Theilungs-Exponent = 12

B. der Theilungs-Exponentenbrüche von 1 bis 0,00000000000001

$$\frac{\alpha \mid \div \mid \beta}{X} = \frac{\beta}{Y}$$

0,000	0000	3	00;00,00	00,00	00,00	01,00	10,09	06,03	00,02
0,000	0000	2	00;00,00	00,00	00,00	00,08	07,02	04,02	00,01
0,000	0000	1	00;00,00	00,00	00,00	00,04	03,07	02,01	00,01
0,000	0000	09	00;00,00	00,00	00,00	00,03	10,05	03,00	10,10
0,000	0000	08	00;00,00	00,00	00,00	00,03	05,03	04,00	09,08
0,000	0000	07	00;00,00	00,00	00,00	00,03	00,01	05,00	08,06
0,000	0000	06	00;00,00	00,00	00,00	00,02	06,11	06,00	07,03
0,000	0000	05	00,00,00	00,00	00,00	00,02	01,09	07,00	06,00
0,000	0000	04	00,00,00	00,00	00,00	00,01	08,07	08,00	04,10
0,000	0000	03	00;00,00	00,00	00,00	00,01	03,05	09,00	03,07
0,000	0000	02	00;00,00	00,00	00,00	00,00	10,03	10,00	02,05
0,000	0000	01	00;00,00	00,00	00,00	00,00	05,01	11,00	01,02
0,000	0000	009	00;00,00	00,00	00,00	00,00	04,07	08,08	05,10
0,000	0000	008	00;00,00	00,00	00,00	00,00	04,01	06,04	10,06
0,000	0000	007	00;00,00	00,00	00,00	00,00	03,07	04,01	03,02
0,000	0000	006	00;00,00	00,00	00,00	00,00	03,01	01,09	07,10
0,000	0000	005	00;00,00	00,00	00,00	00,00	02,06	11,06	00,07
0,000	0000	004	00;00,00	00,00	00,00	00,00	02,00	09,02	05,03
0,000	0000	003	00;00,00	00,00	00,00	00,00	01,06	06,10	09,11
0,000	0000	002	00,00,00	00,00	00,00	00,00	01,00	04,07	02,07
0,000	0000	001	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,06	02,03	07,04
0,000	0000	0009	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,05	06,10	05,05
0,000	0000	0008	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,04	11,05	03,05
0,000	0000	0007	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,04	04,00	01,06
0,000	0000	0006	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,03	08,06	11,07
0,000	0000	0005	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,03	01,01	09,08
0,000	0000	0004	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,02	05,08	07,09
0,000	0000	0003	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,01	10,03	05,09
0,000	0000	0002	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,01	02,10	03,10
0,000	0000	0001	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	07,05	01,11
0,000	0000	0000	9	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	06,08	03,00
0,000	0000	0000	8	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	05,11	04,00
0,000	0000	0000	7	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	05,02	05,00
0,000	0000	0000	6	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	04,05	06,00
0,000	0000	0000	5	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	03,08	07,00
0,000	0000	0000	4	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	02,11	08,00

I. Verwandlungstafel

für Gröſsen der stetigen Eintheilung
deren Theilungs-Exponent = 10, in die deren Theilungs-Exponent = 12

B. der Theilungs-Exponentenbrüche von 1 bis 0,0000000000000001

$$\frac{\alpha \,|\div|\, \beta}{X} = \frac{\beta}{Y}$$

0,000	0000	0000	4	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	02,11	08,00
0,000	0000	0000	3	00,00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	02,02	09,00
0,000	0000	0000	2	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	01,05	10,00
0,000	0000	0000	1	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,08	11,00
0,000	0000	0000	09	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,08	00,03
0,000	0000	0000	08	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,07	01,07
0,000	0000	0000	07	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,06	02,11
0,000	0000	0000	06	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,05	04,02
0,000	0000	0000	05	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,04	05,06
0,000	0000	0000	04	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,03	06,09
0,000	0000	0000	03	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,02	08,01
0,000	0000	0000	02	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,01	09,05
0,000	0000	0000	01	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	10,08
0,000	0000	0000	009	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	09,07
0,000	0000	0000	008	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	08,07
0,000	0000	0000	007	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	07,06
0,000	0000	0000	006	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	06,05
0,000	0000	0000	005	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	05,04
0,000	0000	0000	004	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	04,03
0,000	0000	0000	003	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	03,02
0,000	0000	0000	002	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	02,02
0,000	0000	0000	001	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	01,01
0,000	0000	0000	0009	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	01,00
0,000	0000	0000	0008	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,10
0,000	0000	0000	0007	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,09
0,000	0000	0000	0006	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,08
0,000	0000	0000	0005	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,06
0,000	0000	0000	0004	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,05
0,000	0000	0000	0003	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,04
0,000	0000	0000	0002	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,02
0,000	0000	0000	0001	00;00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,01

I. Verwandlungstafel

C. Vielfältige der Zahlen, womit die durch Verwandlung der ächten gemeinen Logarithmen der stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent = 10 erhaltenen unächten gemeinen Logarithmen der stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent = 12 zu multipliciren sind, um die ächten gemeinen derselben zu erhalten.

01;00	11;01	05,02	06,09	07,02	09,00	00;00,00	08	07	04,11	05,08	06,05
11	10;02	03,09	04,02	09,07	06,03	00;00,00	07	06	05,10	00,05	11,07
10	09;03	02,04	01,08	00,00	03,06	00;00,00	06	05	06,08	07,03	04,10
09	08;04	00,10	11,01	02,05	00,09	00;00,00	05	04	07,07	02,00	10,00
08	07;04	11,05	08,06	04,09	10,00	00;00,00	04	03	08,05	08,10	03,02
07	06;05	10,00	05,11	07,02	07,03	00;00,00	03	02	09,04	03,07	08,05
06	05;06	08,07	03,04	09,07	04,06	00;00,00	02	01	10,02	10,05	01,07
05	04;07	07,02	00,10	00,00	01,09	00;00,00	01	00	11,01	05,02	06,10
04	03;08	05,08	10,03	02,05	11,00	00;00,00	00,11	10,02	03,09	04,03	
03	02;09	04,03	07,08	04,10	08,03	00;00,00	00,10	09,03	02,04	01,08	
02	01;10	02,10	05,01	07,03	05,06	00;00,00	00,09	08,04	00,10	11,01	
01	00;11	01,05	02,06	09,07	02,09	00;00,00	00,08	07,04	11,05	08,06	
00;11	10	02,03	09,04	02,09	07,06	00;00,00	00,07	06,05	10,00	06,00	
00;10	09	03,02	04,01	08,00	00,04	00;00,00	00,06	05,06	08,07	03,05	
00;09	08	04,00	10,11	01,02	05,01	00;00,00	00,05	04,07	07,02	00,10	
00;08	07	04,11	05,08	06,04	09,10	00;00,00	00,04	03,08	05,08	10,03	
00;07	06	05,10	00,05	11,07	02,07	00;00,00	00,03	02,09	04,03	07,08	
00;06	05	06,08	07,03	04,09	07,05	00;00,00	00,02	01,10	02,10	05,02	
00;05	04	07,07	02,00	10,00	00,02	00;00,00	00,01	00,11	01,05	02,07	
00;04	03	08,05	08,10	03,02	05,11	00;00,00	00,00	11	10	02,03	09,04
00;03	02	09,04	03,07	08,04	10,08	00;00,00	00,00	10	09	03,02	04,02
00;02	01	10,02	10,05	01,07	03,06	00;00,00	00,00	09	08	04,00	10,11
00,01	00	11,01	05,02	06,09	07,03	00;00,00	00,00	08	07	04,11	05,09
00;00	11	10,02	03,09	04,02	09,08	00;00,00	00,00	07	06	05,10	00,06
00,00	10	09,03	02,04	01,08	00,00	00;00,00	00,00	06	05	06,08	07,03
00;00	09	08,04	00,10	11,01	02,05	00;00,00	00,00	05	04	07,07	02,01
00,00	08	07,04	11,05	08,06	04,10	00;00,00	00,00	04	03	08,05	08,10
00;00	07	06,05	10,00	05,11	07,03	00;00,00	00,00	03	02	09,04	03,08
00;00	06	05,06	08,07	03,04	09,07	00;00,00	00,00	02	01	10,02	10,05
00;00	05	04,07	07,02	00,10	00,00	00;00,00	00,00	01	00	11,01	05,03
00;00	04	03,08	05,08	10,03	02,06	00;00,00	00,00	00,11	10,02	03,09	
00;00	03	02,09	04,03	07,08	04,11	00;00,00	00,00	00,10	09,03	02,04	
00;00	02	01,10	02,10	05,01	07,04	00;00,00	00,00	00,09	08,04	00,11	
00;00	01	00,11	01,05	02,06	09,07	00;00,00	00,00	00,08	07,04	11,06	
00;00	00,11	10	02,03	09,04	02,10	00;00,00	00,00	00,07	06,05	10,00	
00;00	00,10	09	03,02	04,01	08,00	00;00,00	00,00	00,06	05,06	08,07	
00;00	00,09	08	04,00	10,11	01,02	00;00,00	00,00	00,05	04,07	07,02	

C. Vielfältige der Zahlen, womit die durch Verwandlung der ächten gemeinen Logarithmen der stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent =10 erhaltenen unächten gemeinen Logarithmen der stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent =12 zu multipliciren sind, um die ächten gemeinen derselben zu erhalten.

00,00,00	00,00	00,04		03,08	05,09		00;00,00	00,00	00,00	00,08	07,05
00;00,00	00,00	00,03		02,09	04,04		00;00,00	00,00	00,00	00,07	06,06
00;00,00	00,00	00,02		01,10	02,10		00;00,00	00,00	00,00	00,06	05,07
00 00,00	00,00	00,01		00,11	01,05		00;00,00	00,00	00,00	00,05	04,08
00;00,00	00,00	00,00	11	10	02,04		00;00,00	00,00	00,00	00,04	03,08
00;00,00	00,00	00,00	10	09	03,02		00;00,00	00,00	00,00	00,03	02,09
00;00,00	00,00	00,00	09	08	04,01		00;00,00	00,00	00,00	00,02	01,10
00;00,00	00,00	00,00	08	07	04,11		00;00,00	00,00	00,00	00,01	00,11
00;00,00	00,00	00,00	07	06	05,10		00;00,00	00,00	00,00	00,00	11	10
00;00,00	00,00	00,00	06	05	06,09		00;00,00	00,00	00,00	00,00	10	09
00;00,00	00,00	00,00	05	04	07,07		00;00,00	00,00	00,00	00,00	09	08
00;00,00	00,00	00,00	04	03	08,06		00;00,00	00,00	00,00	00,00	08	07
00;00,00	00,00	00,00	03	02	09,04		00;00,00	00,00	00,00	00,00	07	06
00;00,00	00,00	00,00	02	01	10,03		00;00,00	00,00	00,00	00,00	06	05
00;00,00	00,00	00,00	01	00	11,01		00;00,00	00,00	00,00	00,00	05	05
00;00,00	00,00	00,00	00,11		10,02		00;00,00	00,00	00,00	00,00	04	04
00;00,00	00,00	00,00	00,10		09,03		00;00,00	00,00	00,00	00,00	03	03
00;00,00	00,00	00,00	00,09		08,04		00;00,00	00,00	00,00	00,00	02	02
00;00,00	00,00	00,00	00,08		07,05		00;00,00	00,00	00,00	00,00	01	01

II. Verwandlungstafel

für Gröfsen der stetigen Eintheilung
deren Theilungs-Exponent = 12, in die, deren Theilungs-Exponent = 10

A. der ganzen Zahlen von 1 bis 1,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00

$\frac{\beta}{y} = \frac{\alpha\|\div\|\beta}{x}$	$\frac{\alpha\|\div\|\beta}{x}$						= $\frac{\beta}{y}$			
0 | 0	1,00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	106	9932	0537	9072
1 | 1	11,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	98	0771	0493	0816
2 | 2	10,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	89	1610	0448	2560
3 | 3	09,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	80	2449	0403	4304
4 | 4	08,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	71	3288	0358	6048
5 | 5	07,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	62	4127	0313	7792
6 | 6	06,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	53	4966	0268	9536
7 | 7	05,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	44	5805	0224	1280
8 | 8	04,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	35	6644	0179	3024
9 | 9	03,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	26	7483	0134	4768
10 | 10	02,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	17	8322	0089	6512
11 | 11	01,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	8	9161	0044	8256
12 | 01,00	11	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	8	1730	9207	7568
24 | 02,00	10	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	7	4300	8370	6880
36 | 03,00	09	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	6	6870	7533	6192
48 | 04,00	08	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	5	9440	6696	5504
60 | 05,00	07	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	5	2010	5859	4816
72 | 06,00	06	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	4	4580	5022	4128
84 | 07,00	05	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	3	7150	4185	3440
96 | 08,00	04	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	2	9720	3348	2752
108 | 09,00	03	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	2	2290	2511	2064
120 | 10,00	02	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	1	4860	1674	1376
132 | 11,00	01	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00		7430	0837	0688
144 | 01,00,00	11,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00		6810	9100	6464
288 | 02,00,00	10,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00		6191	7364	2240
432 | 03,00,00	09,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00		5572	5627	8016
576 | 04,00,00	08,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00		4953	3891	3792
720 | 05,00,00	07,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00		4334	2154	9568
864 | 06,00,00	06,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00		3715	0418	5344
1008 | 07,00,00	05,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00		3095	8682	1120
1152 | 08,00,00	04,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00		2476	6945	6896
1296 | 09,00,00	03,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00		1857	5209	2672
1440 | 10,00,00	02,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00		1238	3472	8448
1584 | 11,00,00	01,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00		619	1736	4224
1728 | 01,00 | 00,00	11	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00		567	5758	3872
3456 | 02,00 | 00,00	10	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00		515	9780	3520
5184 | 03,00 | 00,00	09	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00		464	3802	3168

II. Verwandlungstafel

für Gröfsen der stetigen Eintheilung
deren Theilungs-Exponent = 12, in die, deren Theilungs-Exponent = 10

A. der ganzen Zahlen von 1 bis 1,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00

$\frac{\beta}{y}$	=	$\frac{\alpha \div \beta}{x}$	$\frac{\alpha \div \beta}{x}$	=	$\frac{\beta}{y}$
5184		03 00,00,00	09,00 00,00 00,00 00,00 00,00		464 3802 3168
6912		04 00,00,00	08,00 00,00 00,00 00,00 00,00		412 7824 2816
8640		05 00,00,00	07,00 00,00 00,00 00,00 00,00		361 1846 2464
10368		06 00,00,00	06,00 00,00 00,00 00,00 00,00		309 5868 2112
12096		07 00,00,00	05,00 00,00 00,00 00,00 00,00		257 9890 1760
13824		08 00,00,00	04,00 00,00 00,00 00,00 00,00		206 3912 1408
15552		09 00,00,00	03,00 00,00 00,00 00,00 00,00		154 7934 1056
17280		10 00,00,00	02,00 00,00 00,00 00,00 00,00		103 1956 0704
19008		11 00,00,00	01,00 00,00 00,00 00,00 00,00		51 5978 0352
20736		01 00,00 00,00	11 00,00 00,00 00,00 00,00		47 2971 8656
41472		02 00,00 00,00	10 00,00 00,00 00,00 00,00		42 9981 6960
62208		03 00,00 00,00	09 00,00 00,00 00,00 00,00		38 6983 5264
82944		04 00,00 00,00	08 00,00 00,00 00,00 00,00		34 3985 3568
103680		05 00,00 00,00	07 00,00 00,00 00,00 00,00		30 0987 1872
124416		06 00,00 00,00	06 00,00 00,00 00,00 00,00		25 7989 0176
145152		07 00,00 00,00	05 00,00 00,00 00,00 00,00		21 4990 8480
165888		08 00,00 00,00	04 00,00 00,00 00,00 00,00		17 1992 6784
186624		09 00,00 00,00	03 00,00 00,00 00,00 00,00		12 8994 5088
207360		10 00,00 00,00	02 00,00 00,00 00,00 00,00		8 5996 3392
228096		11 00,00 00,00	01 00,00 00,00 00,00 00,00		4 2998 1696
248832		01 00,00 00,00,00	11,00 00,00 00,00 00,00		3 9414 9888
497664		02 00,00 00,00,00	10,00 00,00 00,00 00,00		3 5831 8080
746496		03 00,00 00,00,00	09,00 00,00 00,00 00,00		3 2248 6272
995328		04 00,00 00,00,00	08,00 00,00 00,00 00,00		2 8665 4464
1244160		05 00,00 00,00,00	07,00 00,00 00,00 00,00		2 5082 2656
1492992		06 00,00 00,00,00	06,00 00,00 00,00 00,00		2 1499 0848
1741824		07 00,00 00,00,00	05,00 00,00 00,00 00,00		1 7915 9040
1990656		08 00,00 00,00,00	04,00 00,00 00,00 00,00		1 4332 7232
2239488		09 00,00 00,00,00	03,00 00,00 00,00 00,00		1 0749 5424
2488320		10 00,00 00,00,00	02,00 00,00 00,00 00,00		7166 3616
2737152		11 00,00 00,00,00	01,00 00,00 00,00 00,00		3583 1808
2985984		01 00,00 00,00 00,00	11 00,00 00,00 00,00		3284 5824
5971968		02 00,00 00,00 00,00	10 00,00 00,00 00,00		2985 9840
8957952		03 00,00 00,00 00,00	09 00,00 00,00 00,00		2687 3856
11943936		04 00,00 00,00 00,00	08 00,00 00,00 00,00		2388 7872
14929920		05 00,00 00,00 00,00	07 00,00 00,00 00,00		2090 1888
17915904		06 00,00 00,00 00,00	06 00,00 00,00 00,00		1791 5504

II. Verwandlungstafel

für Gröſsen der stetigen Eintheilung

deren Theilungs-Exponent = 12, in die, deren Theilungs-Exponent = 10

B. der Thlgsexpntenbrüche von 1 bis 00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,01

$\frac{\alpha \mid \div \mid \beta}{x} = \frac{\beta}{y}$										
01;		1,00	0000	0000	0000	Vielfältige der Zahlen, womit die durch Verwandlung der ächten gemeinen Logarithmen der stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent = 12, erhaltenen unächten gemeinen Logarithmen der stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent = 10, zu multipliciren sind, um die ächten gemeinen derselben zu erhalten.				
00;11		0,91	6666	6666	6667					
00;10		0,83	3333	3333	3333					
00;09		0,75	0000	0000	0000					
00;08		0,66	6666	6666	6666					
00;07		0,58	3333	3333	3333					
00;06		0,50	0000	0000	0000					
00;05		0,41	6666	6666	6667					
00,04		0,33	3333	3333	3333					
00;03		0,25	0000	0000	0000					
00;02		0,16	6666	6666	6666					
00;01		0,08	3333	3333	3333					
00;00	11	0,07	6388	8888	8888	10	10	7918	1250	
00;00	10	0,06	9444	4444	4444	9	9	7126	3125	
00;00	09	0,06	2500	0000	0000	8	8	6334	5000	
00;00	08	0,05	5555	5555	5555	7	7	5542	6875	
00,00	07	0,04	8611	1111	1111	6	6	4750	8750	
00;00	06	0,04	1666	6666	6666	5	5	3959	0625	
00;00	05	0,03	4722	2222	2222	4	4	3167	2500	
00;00	04	0,02	7777	7777	7778	3	3	2375	4375	
00;00	03	0,02	0833	3333	3333	2	2	1583	6250	
00;00	02	0,01	3888	8888	8888	1	1	0791	8125	
00;00	01	0,00	6944	4444	4444	0,9		9712	6313	
00;00	00,11	0,00	6365	7407	4074	0,8		8633	4500	
00;00	00,10	0,00	5787	0370	3704	0,7		7554	2688	
00;00	00,09	0,00	5208	3333	3333	0,6		6475	0875	
00;00	00,08	0,00	4626	6296	2963	0,5		5395	9063	
00,00	00,07	0,00	4050	9259	2593	0,4		4316	7250	
00;00	00,06	0,00	3472	2222	2222	0,3		3237	5438	
00;00	00,05	0,00	2893	5185	1852	0,2		2158	3625	
00;00	00,04	0,00	2314	8148	1481	0,1		1079	1813	
00;00	00,03	0,00	1736	1111	1111	0,09		971	2631	
00;00	00,02	0,00	1157	4074	0740	0,08		863	3450	
00,00	00,01	0,00	0578	7037	0370	0,07		755	4269	
00;00	00,00,11	0,00	0530	4783	9506	0,06		647	5088	
00,00	00,00,10	0,00	0482	2530	8642	0,05		539	5906	

II. Verwandlungstafel

für Gröfsen der stetigen Eintheilung
deren Theilungs-Exponent = 12, in die, deren Theilungs-Exponent = 10

B. der Thlgsexpntenbrüche von 1--00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,01

$\frac{\alpha \div \beta}{x}$ = $\frac{\beta}{y}$								Vielfältige etc.		
00;00	00,00	10		0,00	0482	2530	8642	0,05	539	5906
00;00	00,00	09		0,00	0434	0277	7778	0,04	431	6725
00;00	00,00	08		0,00	0385	8024	6914	0,03	323	7544
00;00	00,00	07		0,00	0337	4771	6049	0,02	215	8363
00,00	00,00	06		0,00	0289	3518	5185	0,01	107	9181
00;00	00,00	05		0,00	0241	1265	4321	0,009	97	1263
00;00	00,00	04		0,00	0192	9012	3457	0,008	86	3345
00;00	00,00	03		0,00	0144	6759	2592	0,007	75	5427
00;00	00,00	02		0,00	0096	4508	1728	0,006	64	7509
00;00	00,00	01		0,00	0048	2253	0864	0,005	53	9591
00;00	00,00	00,11		0,00	0044	2065	3292	0,004	43	1673
00;00	00,00	00,10		0,00	0040	1877	5720	0,003	32	3754
00;00	00,00	00,09		0,00	0036	1689	8148	0,002	21	5836
00;00	00,00	00,08		0,00	0032	1502	0576	0,001	10	7918
00;00	00,00	00,07		0,00	0028	1314	3004	0,0009	9	7126
00;00	00,00	00,06		0,00	0024	1126	5432	0,0008	8	6335
00;00	00,00	00,05		0,00	0020	0938	7860	0,0007	7	5543
00;00	00'00	00,04		0,00	0016	0751	0288	0,0006	6	4751
00;00	00,00	00,03		0,00	0012	0563	2716	0,0005	5	3959
00;00	00,00	00,02		0,00	0008	0375	5144	0,0004	4	3167
00;00	00,00	00,01		0,00	0004	0187	7572	0,0003	3	2357
00;00	00,00	00,00	11	0,00	0003	6838	7774	0,0002	2	1584
00;00	00,00	00,00	10	0,00	0003	3489	7976	0,0001	1	0792
00;00	00,00	00,00	09	0,00	0003	0140	8179	0,000	09	9713
00;00	00,00	00,00	08	0,00	0002	6791	8381	0,000	08	8634
00;00	00,00	00,00	07	0,00	0002	3442	8584	0,000	07	7554
00;00	00,00	00,00	06	0,00	0002	0093	8786	0,000	06	6475
00;00	00,00	00,00	05	0,00	0001	6744	8988	0,000	05	5396
0,00	00,0	00,00	04	0,00	0001	3395	9191	0,000	04	4317
00;00	00,00	00,00	03	0,00	0001	0046	9393	0,000	03	3238
00;00	00,00	00,00	02	0,00	0000	6697	9595	0,000	02	2158
00,00	00,00	00,00	01	0,00	0000	3348	9798	0,000	01	1079
00,00	00,00	00,00	00,11	0,00	0000	3069	8981	0,000	09	971
00,00	00,00	00,00	00,10	0,00	0000	2790	8165	0,000	008	863
00;00	00,00	00,00	00,09	0,00	0000	2511	7348	0,000	007	755
00;00	00,00	00,00	00,08	0,00	0000	2232	6532	0,000	006	647

II. Verwandlungstafel

für Gröſsen der stetigen Eintheilung

deren Theilungs-Exponent = 12, in die, deren Theilungs-Exponent = 10

B. der Thlgsexpntenbrüche von 1 --- 00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,01

$\frac{\alpha \mid \div \mid \beta}{x}$	=	$\frac{\beta}{y}$	Vielfältige etc.
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,07		0,00 0000 1953 5715	0,000 005	540
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,06		0,00 0000 1674 4899	0,000 004	432
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,05		0,00 0000 1395 4082	0,000 003	324
00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,04		0,00 0000 1116 3266	0,000 002	216
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,03		0,00 0000 0837 2449	0,000 001	108
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,02		0,00 0000 0558 1633	0,000 0009	97
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,01		0,00 0000 0279 0816	0,000 0008	86
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 11		0,00 0000 0255 8248	0,000 0007	75
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 10		0,00 0000 0232 5680	0,000 0006	65
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 09		0,00 0000 0209 3112	0,000 0005	54
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 08		0,00 0000 0186 0544	0,000 0004	43
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 07		0,00 0000 0162 7976	0,000 0003	32
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 06		0,00 0000 0139 5408	0,000 0002	22
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 05		0,00 0000 0116 2840	0,000 0001	11
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 04		0,00 0000 0093 0272	0,000 00009	10
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 03		0,00 0000 0069 7704	0,000 00008	9
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 02		0,00 0000 0046 5136	0,000 00007	8
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 01		0,00 0000 0023 2568	0,000 00006	7
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,11		0,00 0000 0021 3187	0,000 00005	5
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,10		0,00 0000 0019 3807	0,000 00004	4
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,09		0,00 0000 0017 4426	0,000 00003	3
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,08		0,00 0000 0015 5045	0,000 00002	2
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,07		0,00 0000 0013 5664	0,000 00001	1
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,06		0,00 0000 0011 6284		1
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,05		0,00 0000 0009 6903		
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,04		0,00 0000 0007 7523		
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,03		0,00 0000 0005 8142		
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,02		0,00 0000 0003 8761		
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,01		0,00 0000 0001 9380		
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 11		0,00 0000 0001 7765		
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 10		0,00 0000 0001 6150		
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 09		0,00 0000 0001 4536		
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 08		0,00 0000 0001 2920		
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 07		0,00 0000 0001 1305		
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 06		0,00 0000 0000 9690		
00;00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 00,00 | 05		0,00 0000 0000 8075		

II. Verwandlungstafel

für Gröfsen der stetigen Eintheilung

deren Theilungs-Exponent = 12, in die, deren Theilungs-Exponent = 10

B. der Thlgsexpntenbrüche von 1 bis 00;00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,01

$\frac{\alpha \mid \div r \mid \beta}{x}$							$=$	$\frac{\beta}{y}$			
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	04		0,00	0000	0000	6460
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	03		0,00	0000	0000	4845
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	02		0,00	0000	0000	3230
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	01		0,00	0000	0000	1615
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,11		0,00	0000	0000	1480
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,10		0,00	0000	0000	1346
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,09		0,00	0000	0000	1211
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,08		0,00	0000	0000	1077
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,07		0,00	0000	0000	0942
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,06		0,00	0000	0000	0807
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,05		0,00	0000	0000	0673
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,04		0,00	0000	0000	0538
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,03		0,00	0000	0000	0404
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,02		0,00	0000	0000	0269
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,01		0,00	0000	0000	0135
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	11	0,00	0000	0000	0123
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	10	0,00	0000	0000	0112
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	09	0,00	0000	0000	0101
00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	08	0,00	0000	0000	0090
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	07	0,00	0000	0000	0078
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	06	0,00	0000	0000	0067
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	05	0,00	0000	0000	0056
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	04	0,00	0000	0000	0045
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	03	0,00	0000	0000	0034
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	02	0,00	0000	0000	0022
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	01	0,00	0000	0000	0011
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,11	0,00	0000	0000	0010
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,10	0,00	0000	0000	0009
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,09	0,00	0000	0000	0008
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,08	0,00	0000	0000	0007
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,07	0,00	0000	0000	0006
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,06	0,00	0000	0000	0006
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,05	0,00	0000	0000	0005
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,04	0,00	0000	0000	0004
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,03	0,00	0000	0000	0003
00;00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,02	0,00	0000	0000	0002

III. Verwandlungstafel

für Gröfsen der stetigen Eintheilung
deren Theilungs-Exponent = 10, in die, deren Theilungs-Exponent = 60

A. der ganzen Zahlen von 1 bis 10000000000000000

$\alpha\|\div\|\beta$ / x = β / y		$\alpha\|\div\|\beta$ / x = β / y								
1	1	10000	0000	0000	0000	59,32	14,42	18,16	17,46	40
2	2	9000	0000	0000	0000	53,35	01,14	04,26	40,00	00
3	3	8000	0000	0000	0000	47,37	47,45	50,37	02,13	20
4	4	7000	0000	0000	0000	41,40	34,17	36,47	24,26	40
5	5	6000	0000	0000	0000	35,43	20,49	22,57	46,40	00
6	6	5000	0000	0000	0000	29,46	07,21	09,08	08,53	20
7	7	4000	0000	0000	0000	23,48	53,52	55,18	31,06	40
8	8	3000	0000	0000	0000	17,51	40,24	41,28	53,20	00
9	9	2000	0000	0000	0000	11,54	26,56	27,39	15,33	20
10	10	1000	0000	0000	0000	05,57	13,28	13,49	37,46	40
20	20	900	0000	0000	0000	05,21	30,07	24,26	40,00	00
30	30	800	0000	0000	0000	04,45	46,46	35,03	42,13	20
40	40	700	0000	0000	0000	04,10	03,25	45,40	44,26	40
50	50	600	0000	0000	0000	03,34	20,04	56,17	46,40	00
60	01,00	500	0000	0000	0000	02,58	36,44	06,54	48,53	20
70	01,10	400	0000	0000	0000	02,22	53,23	17,31	51,06	40
80	01,20	300	0000	0000	0000	01,47	10,02	28,08	53,20	00
90	01,30	200	0000	0000	0000	01,11	26,41	38,45	55,33	20
100	01,40	100	0000	0000	0000	35	43,20	49,22	57,46	40
200	03,20	90	0000	0000	0000	31	09,00	44,26	40,00	00
300	05,00	80	0000	0000	0000	27	34,40	39,30	22,13	20
400	06,40	70	0000	0000	0000	24	00,20	34,34	04,26	40
500	08,20	60	0000	0000	0000	20	26,00	29,37	46,40	00
600	10,00	50	0000	0000	0000	17	51,40	24,41	28,53	20
700	11,40	40	0000	0000	0000	14	17,20	19,45	11,06	40
800	13,20	30	0000	0000	0000	11	53,00	14,48	53,20	00
900	15,00	20	0000	0000	0000	07	28,40	09,52	35,33	20
1000	16,40	10	0000	0000	0000	03	34,20	04,56	17,46	40
2000	33,20	9	0000	0000	0000	03	12,54	04,26	40,00	00
3000	50,00	8	0000	0000	0000	02	51,28	03,57	02,13	20
4000	01 06,40	7	0000	0000	0000	02	30,02	03,27	24,26	40
5000	01 23,20	6	0000	0000	0000	02	08,36	02,57	46,40	00
6000	01 40,00	5	0000	0000	0000	01	47,11	02,28	08,53	20
7000	01 56,40	4	0000	0000	0000	01	25,44	01,59	31,06	40
8000	02 13,20	3	0000	0000	0000	01	04,18	01,28	53,20	00
9000	02 30,00	2	0000	0000	0000		42,52	00,57	15,33	20

III. Verwandlungstafel

für Gröfsen der stetigen Eintheilung

deren Theilungs-Exponent = 10, in die, deren Theilungs-Exponent = 16

A. der ganzen Zahlen von 1 bis 10000000000000000

$\frac{\alpha \mid \div \mid \beta}{x} = \frac{\beta}{y}$					$\frac{\alpha \mid \div \mid \beta}{x} = \frac{\beta}{y}$				
1000	0		02	46,40	1000	0000	0000	0	21 26,00 29,37 46,40
2000	0		05	33,20	900	0000	0000	0	19 17,24 26,40 00,00
3000	0		08	20,00	800	0000	0000	0	17 08,48 23,42 13,20
4000	0		11	06,40	700	0000	0000	0	15 00,12 20,44 26,40
5000	0		13	53,20	600	0000	0000	0	12 51,36 17,46 40,00
6000	0		16	40,00	500	0000	0000	0	10 43,00 14,48 53,20
7000	0		19	26,40	400	0000	0000	0	08 34,24 11,51 06,40
8000	0		22	13,20	300	0000	0000	0	06 25,46 08,56 20,00
9000	0		25	00,00	200	0000	0000	0	04 17,12 05,55 33,20
1 0000	0		27	46,40	100	0000	0000	0	02 08,36 02,57 46,40
2 0000	0		55	33,20	90	0000	0000	0	01 55,44 26,40 00,00
3 0000	0		01,23	20,00	80	0000	0000	0	01 42,52 50,22 13,20
4 0000	0		01,51	06,40	70	0000	0000	0	01 30,01 14,04 26,40
5 0000	0		02,18	53,20	60	0000	0000	0	01 17,09 37,46 40,00
6 0000	0		02,46	40,00	50	0000	0000	0	01 04,18 01,28 53,40
7 0000	0		03,14	26,40	40	0000	0000	0	51,26 25,11 06,40
8 0000	0		03,42	13,20	30	0000	0000	0	38,34 48,53 20,00
9 0000	0		04,10	00,00	20	0000	0000	0	25,43 12,35 33,20
10 0000	0		04,37	46,40	10	0000	0000	0	12,51 36,17 46,40
20 0000	0		09,15	33,20	9	0000	0000	0	11,34 26,40 00,00
30 0000	0		13,53	20,00	8	0000	0000	0	10,17 17,02 13,20
40 0000	0		18,31	06,40	7	0000	0000	0	09,00 17,24 26,40
50 0000	0		23,08	53,20	6	0000	0000	0	07,42 57,46 40,00
60 0000	0		27,46	40,00	5	0000	0000	0	06,25 48,08 53,20
70 0000	0		32,24	26,40	4	0000	0000	0	05,08 38,31 06,40
80 0000	0		37,02	13,20	3	0000	0000	0	03,51 28,53 20,00
90 0000	0		41,40	00,00	2	0000	0000	0	02,34 19,15 23,20
100 0000	0		46,17	46,40	1	0000	0000	0	01,17 09,37 46,40
200 0000	0	01	32,35	33,20	9000	0000	0		01,09 26,40 00,00
300 0000	0	02	18,53	20,00	8000	0000	0		01,01 43,42 13,20
400 0000	0	03	05,11	06,40	7000	0000	0		54 00,44 26,40
500 0000	0	03	51,28	53,20	6000	0000	0		46 17,46 40,00
600 0000	0	04	37,46	40,00	5000	0000	0		38 34,48 53,20
700 0000	0	05	24,04	26,40	4000	0000	0		30 51,51 06,40
800 0000	0	06	10,22	13,20	3000	0000	0		23 08,53 20,00
900 0000	0	06	56,40	00,00	2000	0000	0		15 25,55 33,20
1000 0000	0	07	42,57	46,40	1000	0000	0		07 42,57 46,40

III. Verwandlungstafel

für Gröſsen der stetigen Eintheilung
deren Theilungs-Exponent = 10, in die, deren Theilungs-Exponent = 60

B. der Theilungsexponentenbrüche von 1 bis 0,0000000000000001

$\frac{\alpha \mid\div\mid \beta}{x} = \frac{\beta}{y}$		$\frac{\alpha \mid\div\mid \beta}{x} = \frac{\beta}{y}$		
0,9	00;54	0,000 09	00;00	00,19 26,24
0,8	00,48	0,000 08	00;00	00,17 16,48
0,7	00,42	0,000 07	00;00	00,15 07,12
0,6	00;36	0,000 06	00;00	00,12 57,36
0,5	00,30	0,000 05	00;00	00,10 48,00
0,4	00;24	0,000 04	00,00	00,08 38,24
0,3	00;18	0,000 03	00;00	00,06 28,48
0,2	00;12	0,000 02	00;00	00,04 19,12
0,1	00,06	0,000 01	00;00	00,02 09,36
0,09	00;05 24	0,000 009	00;00	00,01 56,38 24
0,08	00;04 48	0,000 008	00;00	00,01 43,40 48
0,07	00 04 12	0,000 007	00,00	00,01 30,43 12
0,06	00;03 36	0,000 006	00;00	00,01 17,45 36
0,05	00;03 00	0,000 005	00;00	00,01 04,48 00
0,04	00,02 24	0,000 004	00;00	00,00 51,50 24
0,03	00;01 18	0,000 003	00;00	00,00 38,52 48
0,02	00;01 12	0,000 002	00;00	00,00 25,55 12
0,01	00;00 36	0,000 001	00;00	00,00 12,57 36
0,009	00;00 32,24	0,000 0009	00;00	00,00 11,39 50,24
0,008	00,00 28,48	0,000 0008	00;00	00,00 10,22 04,48
0,007	00;00 25,12	0,000 0007	00;00	00,00 09,04 19,12
0,006	00;00 21,36	0,000 0006	00;00	00,00 07,46 33,36
0,005	00;00 18,00	0,000 0005	00;00	00,00 06,28 48,00
0,004	00;00 14,24	0,000 0004	00;00	00,00 05,11 02,24
0,003	00,00 10,48	0,000 0003	00;00	00,00 03,53 16,48
0,002	00;00 07,12	0,000 0002	00;00	00,00 02,35 31,12
0,001	00;00 03,36	0,000 0001	00;00	00,00 01,17 45,36
0,000 9	00;00 03,14 24	0,000 0000 9	00;00	00,00 01,09 59,02 24
0,000 8	00;00 02,52 48	0,000 0000 8	00;00	00,00 01,02 12,28 48
0,000 7	00;00 02,31 12	0,000 0000 7	00;00	00,00 00,54 25,55 12
0,000 6	00;00 02,09 36	0,000 0000 6	00;00	00,00 00,46 39,21 36
0,000 5	00;00 01,48 00	0,000 0000 5	00;00	00,00 00,38 52,48 00
0,000 4	00;00 01,26 24	0,000 0000 4	00;00	00,00 00,31 06,14 24
0,000 3	00;00 01,04 48	0,000 0000 3	00;00	00,00 00,23 19,40 48
0,000 2	00;00 00,43 12	0,000 0000 2	00;00	00,00 00,15 33,07 12
0,000 1	00;00 00,21 36	0,000 0000 1	00;00	00,00 00,07 46,33 36

III. Verwandlungstafel

für Gröfsen der stetigen Eintheilung
deren Theilungs-Exponent = 10, in die, deren Theilungs-Exponent = 60

B. der Theilungsexponentenbrüche von 1 bis 0,0000000000000001

$$\frac{\alpha \,|\div\, \beta}{x} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta}{y}$$

0,0000	0000	9	00;00,00	00,00	06,59	54,14	24	
0,0000	0000	8	00;00,00	00,00	06,13	14,52	48	
0,0000	0000	7	00;00,00	00,00	05,26	35,31	12	
0,0000	0000	6	00;00,00	00,00	04,39	56,09	36	
0,0000	0000	5	00;00,00	00,00	03,53	16,48	00	
0,0000	0000	4	00;00,00	00,00	03,06	37,26	24	
0,0000	0000	3	00;00,00	00,00	02,19	58,04	48	
0,0000	0000	2	00;00,00	00,00	01,33	18,43	12	
0,0000	0000	1	00;00,00	00,00	00,46	39,21	36	
0,0000	0000	09	00;00,00	00,00	00,41	59,25	26,24	
0,0000	0000	08	00;00,00	00,00	00,37	19,29	16,48	
0,0000	0000	07	00;00,00	00,00	00,32	39,33	07,12	
0,0000	0000	06	00;00,00	00,00	00,27	59,36	57,36	
0,0000	0000	05	00;00,00	00,00	00,23	19,40	48,00	
0,0000	0000	04	00;00,00	00,00	00,18	39,44	38,24	
0,0000	0000	03	00;00,00	00,00	00,13	59,48	28,48	
0,0000	0000	02	00;00,00	00,00	00,09	19,52	19,12	
0,0000	0000	01	00;00,00	00,00	00,04	39,56	09,36	
0,0000	0000	009	00;00,00	00,00	00,04	11,56	32,38	24
0,0000	0000	008	00;00,00	00,00	00,03	43,56	55,40	48
0,0000	0000	007	00;00,00	00,00	00,03	15,57	18,43	12
0,0000	0000	006	00;00,00	00,00	00,02	47,57	41,45	36
0,0000	0000	005	00;00,00	00,00	00,02	19,58	04,48	00
0,0000	0000	004	00;00,00	00,00	00,01	51,58	27,50	24
0,0000	0000	003	00;00,00	00,00	00,01	23,58	50,52	48
0,0000	0000	002	00;00,00	00,00	00,00	55,59	13,55	12
0,0000	0000	001	00;00,00	00,00	00,00	27,59	36,57	36
0,0000	0000	0009	00;00,00	00,00	00,00	25,11	39,15	50,24
0,0000	0000	0008	00;00,00	00,00	00,00	22,23	41,34	04,48
0,0000	0000	0007	00;00,00	00,00	00,00	19,35	43,52	19,12
0,0000	0000	0006	00;00,00	00,00	00,00	16,47	46,10	33,36
0,0000	0000	0005	00;00,00	00,00	00,00	13,59	48,28	48,00
0,0000	0000	0004	00;00,00	00,00	00,00	11,11	50,47	02,24
0,0000	0000	0003	00;00,00	00,00	00,00	08,23	53,05	16,48
0,0000	0000	0002	00;00,00	00,00	00,00	05,35	55,23	31,12
0,0000	0000	0001	00;00,00	00,00	00,00	02,47	57,41	45,36

III. Verwandlungstafel

für Gröfsen der stetigen Eintheilung

deren Theilungs-Exponent = 10, in die, deren Theilungs-Exponent = 60

B. der Theilungsexponentenbrüche von 1 bis 0,0000000000000001

$\frac{\alpha \mid \div \mid \beta}{x} = \frac{\beta}{y}$										
0,0000	0000	0000	9	00;00,00	00,00	00,00	02,31	09,55	35,02	24
0,0000	0000	0000	8	00;00,00	00,00	00,00	02,14	22,09	24,28	48
0,0000	0000	0000	7	00;00,00	00,00	00,00	01,57	34,23	13,55	12
0,0000	0000	0000	6	00;00,00	00,00	00,00	01,40	46,37	03,21	36
0,0000	0000	0000	5	00;00,00	00,00	00,00	01,23	58,50	52,48	00
0,0000	0000	0000	4	00;00,00	00,00	00,00	01,07	11,04	42,14	24
0,0000	0000	0000	3	00;00,00	00,00	00,00	00,50	23,18	31,40	48
0,0000	0000	0000	2	00;00,00	00,00	00,00	00,33	35,32	21,07	12
0,0000	0000	0000	1	00;00,00	00,00	00,00	00,16	47,46	10,33	36
0,0000	0000	0000	09	00;00,00	00,00	00,00	00,15	06,59	33,30	14,24
0,0000	0000	0000	08	00;00,00	00,00	00,00	00,13	26,12	56,26	52,48
0,0000	0000	0000	07	00;00,00	00,00	00,00	00,11	45,26	19,23	31,12
0,0000	0000	0000	06	00;00,00	00,00	00,00	00,10	04,39	42,20	09,36
0,0000	0000	0000	05	00;00,00	00,00	00,00	00,08	23,53	05,16	48,00
0,0000	0000	0000	04	00;00,00	00,00	00,00	00,06	43,06	28,13	26,24
0,0000	0000	0000	03	00;00,00	00,00	00,00	00,05	02,19	51,10	04,48
0,0000	0000	0000	02	00;00,00	00,00	00,00	00,03	21,33	14,06	43,12
0,0000	0000	0000	01	00;00,00	00,00	00,00	00,01	40,46	37,03	21,36
0,0000	0000	0000	009	00;00,00	00,00	00,00	00,01	30,41	57,21	01,26 24
0,0000	0000	0000	008	00;00,00	00,00	00,00	00,01	20,37	17,38	41,16 48
0,0000	0000	0000	007	00;00,00	00,00	00,00	00,01	10,32	37,56	21,06 12
0,0000	0000	0000	006	00;00,00	00,00	00,00	00,01	00,27	58,14	00,57 36
0,0000	0000	0000	005	00;00,00	00,00	00,00	00,00	50,23	18,31	40,48 00
0,0000	0000	0000	004	00;00,00	00,00	00,00	00,00	40,18	38,49	20,38 24
0,0000	0000	0000	003	00;00,00	00,00	00,00	00,00	30,13	59,07	00,28 48
0,0000	0000	0000	002	00;00,00	00,00	00,00	00,00	20,09	19,24	49,19 12
0,0000	0000	0000	001	00;00,00	00,00	00,00	00,00	10,04	39,42	20,09 36
0,0000	0000	0000	0009	00;00,00	00,00	00,00	00,00	09,04	11,44	06,08 38,24
0,0000	0000	0000	0008	00;00,00	00,00	00,00	00,00	08,03	43,45	52,07 40,48
0,0000	0000	0000	0007	00;00,00	00,00	00,00	00,00	07,03	15,47	38,06 43,12
0,0000	0000	0000	0006	00;00,00	00,00	00,00	00,00	06,02	47,49	24,05 45,36
0,0000	0000	0000	0005	00;00,00	00,00	00,00	00,00	05,02	10,51	10,04 48,00
0,0000	0000	0000	0004	00,00,00	00,00	00,00	00,00	04,01	51,52	56,03 50 24
0,0000	0000	0000	0003	00;00,00	00,00	00,00	00,00	03,01	23,54	42,02 52,48
0,0000	0000	0000	0002	00,00,00	00,00	00,00	00,00	02,00	55,56	28,01 55 12
0,0000	0000	0000	0001	00;00,00	00,00	00,00	00,00	01,00	27,58	14,00 57 36

III. Verwandlungstafel

Vielfältige der Zahlen, womit die durch die Verwandlung der ächten gemeinen Logarithmen der stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent = 10, erhaltenen unächten gemeinen Logarithmen der stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent = 60, zu multipliciren sind, um die ächten gemeinen derselben zu erhalten.

1,00	33;44	34,26	28,48	17,17	32,00	00;00	07	03,56	12,01	05,21	38,01
50	28;07	08,42	04,00	14,24	36,40	00;00	06	03,22	27,26	38,52	49,14
40	22;29	42,57	39,12	11,31	41,20	00;00	05	02,48	42,52	12,24	01,26
30	16;52	17,13	14,24	08,38	46,00	00;00	04	02,14	58,17	45,55	13,09
20	11;14	51,28	49,36	05,45	50,40	00;00	03	01,41	13,43	19,26	24,52
10	05;37	25,44	24,48	02,52	55,20	00,00	02	01,07	29,08	52,57	36,33
09	05;03	41,09	58,19	14,35	37,48	00;00	01	00,33	44,34	26,28	48,17
08	04;29	56,35	31,50	26,18	20,16	00,00	00,50	28	07,08	42,04	00,14
07	03;56	12,01	05,21	38,01	02,44	00;00	00,40	22	29,42	57,39	12,12
06	03;22	27,26	38,52	49,13	45,12	00;00	00,30	16	52,17	13,14	24,09
05	02;48	42,52	12,24	01,26	27,40	00;00	00,20	11	14,51	28,49	36,06
04	02;14	58,17	45,55	13,09	10,08	00;00	00,10	05	37,25	44,24	48,03
03	01;41	13,43	19,26	24,51	52,36	00;00	00,09	05	03,41	09,58	19,15
02	01;07	29,08	52,57	36,32	35,04	00;00	00,08	04	29,56	35,31	50,26
01	00;33	44,34	26,28	48,17	17,32	00,00	00,07	03	56,12	01,05	21,38
00;50	28	07,08	42,04	00,14	24,37	00;00	00,06	03	22,27	26,38	52,49
00;40	22	29,42	57,39	12,11	31,41	00;00	00,05	02	48,42	52,12	24,01
00;30	16	52,17	13,14	24,08	38,46	00,00	00,04	02	14,58	17,45	55,13
00;20	11	14,51	28,49	36,05	45,51	00,00	00,03	01	41,13	43,19	26,25
00,10	05	37,25	44,24	48,02	52,55	00;00	00,02	01	07,29	08,52	57,36
00;09	05	03,41	09,58	19,14	35,38	00;00	00,01	00	33,44	34,26	28,48
00,08	04	29,56	35,31	50,26	18,20	00;00	00,00	50	28,07	08,42	04,00
00,07	03	56,12	01,05	21,38	01,03	00;00	00,00	40	22,29	42,57	39,12
00;06	03	22,27	26,38	52,49	13,45	00;00	00,00	30	16,52	17,13	14,24
00;05	02	48,42	52,12	24,01	26,28	00;00	00,00	20	11,14	51,28	49,36
00,04	02	14,58	17,45	55,13	09,10	00;00	00,00	10	05,37	25,44	24,48
00;03	01	41,13	43,19	26,24	51,53	00,00	00,00	09	05,03	41,09	58,19
00,02	01	07,29	08,52	57,36	32,35	00;00	00,00	08	04,29	56,35	31,50
00;01	00	33,44	34,26	28,48	17,17	00;00	00,00	07	03,56	12,01	05,22
00;00	50	28,07	08,42	04,00	14,25	00;00	00,00	06	03,22	27,26	38,53
00;00	40	22,29	42,57	39,12	11,32	00;00	00,00	05	02,48	42,52	12,24
00;00	30	16,52	17,13	14,24	08,39	00,00	00,00	04	02,14	58,17	45,55
00,00	20	11,14	51,28	49,36	05,46	00;00	00,00	03	01,41	13,43	19,26
00;00	10	05,37	25,44	24,48	02,53	00;00	00,00	02	01,07	29,08	52,58
00;00	09	05,03	41,09	58,19	14,36	00;00	00,00	01	00,33	44,34	26,29
00,00	08	04,29	56,35	31,50	26,18	00;00	00,00	00,50	28	07,08	42,04

III. Verwandlungstafel

Vielfältige der Zahlen, womit die durch die Verwandlung der ächten gemeinen Logarithmen der stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent = 10, erhaltenen unächten gemeinen Logarithmen der stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent = 60, zu multipliciren sind, um die ächten gemeinen derselben zu erhalten.

00;00	00,00	00,50	28	07,08	42,04	00;00	00,00	00,00	00,07	03	56,12
00;00	00,00	00,40	22	29,42	57,39	00;00	00,00	00,00	00,06	03	22,27
00;00	00,00	00,30	16	52,17	13,14	00;00	00,00	00,00	00,05	02	48,43
00;00	00,00	00,20	11	14,51	28,50	00;00	00,00	00,00	00,04	02	14,58
00;00	00,01	00,10	05	37,25	44,25	00;00	00,00	00,00	00,03	01	41,14
00;00	00,00	00,09	05	03,41	09,58	00;00	00,00	00,00	00,02	01	07,29
00 00	00,00	00,08	04	29,56	35,22	00;00	00,00	00,00	00,01	00	33,44
00;00	00,00	00,07	03	56,12	01,05	00;00	00,00	00,00	00,00	50	28,07
00;00	00,00	00,06	03	22,27	26,39	00;00	00,00	00,00	00,00	40	22,30
00;00	00,00	00,05	02	48,42	52,12	00;00	00,00	00,00	00,00	30	16,52
00;00	00,00	00,04	02	14,58	17,46	00;00	00,00	00,00	00,00	20	11,15
00;00	00,00	00,03	01	41,13	43,19	00;00	00,00	00,00	00,00	10	05,37
00;00	00,00	00,02	01	07,29	08,53	00;00	00,00	00,00	00,00	09	05,04
00;00	00,00	00,01	00	33,44	34,26	00;00	00,00	00,00	00,00	08	04,30
00;00	00,00	00,00	50	28,07	08,42	00;00	00,00	00,00	00,00	07	03,56
00;00	00,00	00,00	40	22,29	42,58	00;00	00,00	00,00	00,00	06	03,22
00;00	00,00	00,00	30	16,52	17,13	00;00	00,00	00,00	00,00	05	02,49
00;00	00,00	00,00	20	11,14	51,29	00;00	00,00	00,00	00,00	04	02,15
00;00	00,00	00,00	10	05,37	25,44	00;00	00,00	00,00	00,00	03	01,41
00;00	00,00	00,00	09	05,03	41,10	00;00	00,00	00,00	00,00	02	01,08
00;00	00,00	00,00	08	04,29	56,35	00;00	00,00	00,00	00,00	01	00,34
00;00	00,00	00,00	07	03,56	12,01	00;00	00,00	00,00	00,00	00,50	28
00;00	00,00	00,00	06	03,22	27,27	00;00	00,00	00,00	00,00	00,40	23
00;00	00,00	00,00	05	02,48	42,52	00;00	00,00	00,00	00,00	00,30	17
00;00	00,00	00,00	04	02,14	58,18	00;00	00,00	00,00	00,00	00,20	11
00;00	00,00	00,00	03	01,41	13,43	00;00	00,00	00,00	00,00	00,10	06
00;00	00,00	00,00	02	01,07	29,09	00;00	00,00	00,00	00,00	00,09	05
00;00	00,00	00,00	01	00,33	44,35	00;00	00,00	00,00	00,00	00,08	05
00;00	00,00	00,00	00,50	28	07,09	00;00	00,00	00,00	00,00	00,07	04
00;00	00,00	00,00	00,40	22	29,43	00;00	00,00	00,00	00,00	00,06	03
00;00	00,00	00,00	00,30	16	52,17	00;00	00,00	00,00	00,00	00,05	03
00;00	00,00	00,00	00,20	11	14,51	00;00	00,00	00,00	00,00	00,04	02
00;00	00,00	00,00	00,10	05	37,26	00;00	00,00	00,00	00,00	00,03	02
00;00	00,00	00,00	00,09	05	03,41	00;00	00,00	00,00	00,00	00,02	01
00;00	00,00	00,00	00,08	04	29,57	00;00	00,00	00,00	00,00	00,01	01

IV. Verwandlungstafel

für Gröfsen der stetigen Eintheilung deren Theilungs-Exponent = 60, in die, deren Theilungs-Exponent = 10

A. der ganzen Zahlen von 1 bis 01,00,00,00,00,00,00,00,00,00 00

$\alpha \mid \div \mid \beta$ / x = β / y		$\alpha \mid \div \mid \beta$ / x = β / y									
00	0	01,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00	60	4661	7600	0000	0000
01	1	50	00,00	00,00	00,00	00,00	00	50	3884	8000	0000	0000
02	2	40	00,00	00,00	00,00	00,00	00	40	3107	8400	0000	0000
03	3	30	00,00	00,00	00,00	00,00	00	30	2330	8800	0000	0000
04	4	20	00,00	00,00	00,00	00,00	00	20	1553	9200	0000	0000
05	5	10	00,00	00,00	00,00	00,00	00	10	0776	9600	0000	0000
06	6	09	00,00	00,00	00,00	00,00	00	7	0699	2640	0000	0000
07	7	08	00,00	00,00	00,00	00,00	00	8	0621	5680	0000	0000
08	8	07	00,00	00,00	00,00	00,00	00	7	0543	8720	0000	0000
09	9	06	00,00	00,00	00,00	00,00	00	6	0466	1760	0000	0000
10	10	05	00,00	00,00	00,00	00,00	00	5	0388	4800	0000	0000
20	20	04	00,00	00,00	00,00	00,00	00	4	0310	7840	0000	0000
30	30	03	00,00	00,00	00,00	00,00	00	3	0233	0880	0000	0000
40	40	02	00,00	00,00	00,00	00,00	00	2	0155	3920	0000	0000
50	50	01	00,00	00,00	00,00	00,00	00	1	0077	6960	0000	0000
1,00	60		50,00	00,00	00,00	00,00	00		8398	0800	0000	0000
2,00	120		40,00	00,00	00,00	00,00	00		6718	4640	0000	0000
3,00	180		30,00	00,00	00,00	00,00	00		5038	8480	0000	0000
4,00	240		20,00	00,00	00,00	00,00	00		3359	2320	0000	0000
5,00	300		10,00	00,00	00,00	00,00	00		1679	6160	0000	0000
6,00	360		09,00	00,00	00,00	00,00	00		1511	6544	0000	0000
7,00	420		08,00	00,00	00,00	00,00	00		1343	6928	0000	0000
8,00	480		07,00	00,00	00,00	00,00	00		1175	7312	0000	0000
9,00	540		06,00	00,00	00,00	00,00	00		1007	7696	0000	0000
10,00	600		05,00	00,00	00,00	00,00	00		839	8080	0000	0000
20,00	1200		04,00	00,00	00,00	00,00	00		671	8464	0000	0000
30,00	1800		03,00	00,00	00,00	00,00	00		503	8848	0000	0000
40,00	2400		02,00	00,00	00,00	00,00	00		335	9232	0000	0000
50,00	3000		01,00	00,00	00,00	00,00	00		167	9616	0000	0000
1 00,00	3600		50	00,00	00,00	00,00	00		139	9680	0000	0000
2 00,00	7200		40	00,00	00,00	00,00	00		111	9744	0000	0000
3 00,00	1 0800		30	00,00	00,00	00,00	00		83	9808	0000	0000
4 00,00	1 4400		20	00,00	00,00	00,00	00		55	9872	0000	0000
5 00,00	1 8000		10	00,00	00,00	00,00	00		27	9936	0000	0000
6 00,00	2 1600		09	00,00	00,00	00,00	00		25	1942	4000	0000
7 00,00	2 5200		08	00,00	00,00	00,00	00		22	3948	000	0000

IV. Verwandlungstafel

für Gröfsen der stetigen Eintheilung
deren Theilungs-Exponent = 60, in die, deren Theilungs-Exponent = 10

A. der ganzen Zahlen von 1 bis 01,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00

$\frac{\alpha \mid \div \mid \beta}{x} = \frac{\beta}{y}$			$\frac{\alpha \mid \div \mid \beta}{x} = \frac{\beta}{y}$			
07,00	00	252	00	08	00,00 00,00 00,00 00	22 3948 8000 0000
08,00	00	288	00	07	00,00 00,00 00,00 00	19 5955 2000 0000
09,00	00	324	00	06	00,00 00,00 00,00 00	16 7961 6000 0000
10,00	00	360	00	05	00,00 00,00 00,00 00	13 9968 0000 0000
20,00	00	720	00	04	00,00 00,00 00,00 00	11 1974 4000 0000
30,00	00	1080	00	03	00,00 00,00 00,00 00	8 3980 8000 0000
40,00	00	1440	00	02	00,00 00,00 00,00 00	5 5987 2000 0000
50,00	00	1800	00	01	00,00 00,00 00,00 00	2 7993 6000 0000
01 00,00	00	2160	00		50,00 00,00 00,00 00	2 3328 0000 0000
02 00,00	00	4320	00		40,00 00,00 00,00 00	1 8662 4000 0000
03 00,00	00	6480	00		30,00 00,00 00,00 00	1 3996 8000 0000
04 00,00	00	8640	00		20,00 00,00 00,00 00	9331 2000 0000
05 00,00	00	1 0800	00		10,00 00,00 00,00 00	4665 6000 0000
06 00,00	00	1 2960	00		09,00 00,00 00,00 00	4199 0400 0000
07 00,00	00	1 5120	00		08,00 00,00 00,00 00	3265 9200 0000
08 00,00	00	1 7280	00		07,00 00,00 00,00 00	3732 4800 0000
09 00,00	00	1 9440	00		06,00 00,00 00,00 00	2799 0400 0000
10 00,00	00	2 1600	00		05,00 00,00 00,00 00	2332 8000 0000
20 00,00	0	4 3200	00		04,00 00,00 00,00 00	1866 2400 0000
30 00,00	00	6 4800	00		03,00 00,00 00,00 00	1399 6800 0000
40 00,00	00	8 6400	00		02,00 00,00 00,00 00	933 1200 0000
50 00,00	00	10 8000	00		01,00 00,00 00,00 00	466 5600 0000
01,00 00,00	00	12 9600	00		50 00,00 00,00 00	388 8000 0000
02,00 00,00	00	25 9200	00		40 00,00 00,00 00	311 0400 0000
03,00 00,00	00	38 8800	00		30 00,00 00,00 00	233 2800 0000
04,00 00,00	00	51 8400	00		20 00,00 00,00 00	155 5200 0000
05,00 00,00	00	64 8000	00		10 00,00 00,00 00	77 7600 0000
06,00 00,00	00	77 7600	00		09 00,00 00,00 00	69 9840 0000
07,00 00,00	00	90 7200	00		08 00,00 00,00 00	62 2080 0000
08,00 00,00	00	103 6800	00		07 00,00 00,00 00	54 4320 0000
09,00 00,00	00	116 6400	00		06 00,00 00,00 00	46 6560 0000
10,00 00,00	00	129 6000	00		05 00,00 00,00 00	38 8800 0000
20,00 00,00	00	259 2000	00		04 00,00 00,00 00	31 1040 0000
30,00 00,00	00	388 8000	00		03 00,00 00,00 00	23 3280 0000
40,00 00,00	00	518 4000	00		02 00,00 00,00 00	15 5520 0000
50,00 00,00	00	648 0000	00		01 00,00 00,00 00	7 7760 0000

IV. Verwandlungstafel

für Gröfsen der stetigen Eintheilung
deren Theilungs-Exponent = 60, in die, deren Theilungs-Exponent = 10

B. der Theilungsexponentenbrüche von 1 bis 00,00,00,00,00,00,00,00,00 00,0

$\frac{\alpha \div \beta}{x} = \frac{\beta}{y}$					$\frac{\alpha \div \beta}{x} = \frac{\beta}{y}$							
0;50	0 83	3333	3 33	3333	00;00	00,06		0,00	0027	7777	7777
0,40	0,66	6666	0666	6666	00;00	00,05		0,00	0023	1481	4815
0,30	0,50	0000	0000	0000	00;00	00,04		0,00	0018	5185	1852
00;20	0,33	3333	3333	3333	00;00	00,03		0,00	0013	8888	8888
00;10	0,16	6666	6666	6666	00;00	00,02		0,00	0009	2592	5926
00;09	0,15	0000	0000	0000	00;00	00,01		0,00	0004	6296	2963
00;08	0,13	3333	3333	3333	00,00	00,00	50	0,00	0003	8580	2469
00;07	0,11	6666	6666	6666	00;00	00,00	40	0,00	0003	0864	1975
00;06	0,10	0000	0000	0000	00;00	00,00	30	0,00	0002	3148	1482
00;05	0,08	3333	3333	3333	00,00	00,00	20	0,00	0001	5432	0988
00;04	0,06	6666	6666	6666	00;00	00,00	10	0,00	0000	7716	0494
00;03	0,05	0000	0000	0000	00;00	00,00	09	0,00	0000	6944	4444
00;02	0,03	3333	3333	3333	00;00	00,00	08	0,00	0000	6172	8395
00;01	0,01	6666	6666	6666	00;00	00,00	07	0,00	0000	5401	2346
00;00 50	0,01	3888	8888	8888	00;00	00,00	06	0,00	0000	4629	0296
00;00 40	0,01	1111	1111	1111	00;00	00,00	05	0,00	0000	3858	0247
00;00 30	0,00	8333	3333	3333	00;00	00,00	04	0,00	0000	3086	4198
00;00 20	0,00	5555	5555	5555	00;00	00,00	03	0,00	0000	2314	8148
00;00 10	0,00	2777	7777	7777	00;00	00,00	02	0,00	0000	1543	2099
00;00 09	0,00	2500	0000	0000	00;00	00,00	01	0,00	0000	0771	6050
00;00 08	0,00	2222	2222	2222	00;00	00,00	00,50	0,00	0000	0643	0041
00;00 07	0,00	1944	4444	4444	00;00	00,00	00,40	0,00	0000	0514	4033
00;00 06	0,00	1666	6666	6666	00;00	00,00	00,30	0,00	0000	0385	8025
00;00 05	0,00	1388	8888	8888	00;00	00,00	00,20	0,00	0000	0257	2016
00;00 04	0,00	1111	1111	1111	00;00	00,00	00,10	0,00	0000	0128	6008
00;00 03	0,00	0833	3333	3333	00;00	00,00	00,09	0,00	0000	0115	7407
00;00 02	0,00	0555	5555	5555	00;00	00,00	00,08	0,00	0000	0102	8807
00;00 01	0,00	0277	7777	7777	00;00	00,00	00,07	0,00	0000	0090	0206
00;00 00,50	0,00	0231	4814	8148	00;00	00,00	00,06	0,00	0000	0077	1605
00;00 00,40	0,00	0185	1851	8519	00;00	00,00	00,05	0,00	0000	0064	3004
00;00 00,30	0,00	0138	8888	8888	00;00	00,00	00,04	0,00	0000	0051	4403
00;00 00,20	0,00	0092	5925	9259	00;00	00,00	00,03	0,00	0000	0038	5803
00;00 00,10	0,00	0046	2962	9630	00;00	00,00	00,02	0,00	0000	0025	7202
00;00 00,09	0,00	0041	6666	6666	00;00	00,00	00,01	0,00	0000	0012	8601
00;00 00,08	0,00	0037	0370	3704	00;00	00,00	00,00,50	0,00	0000	0010	7167
00;00 00,07	0,00	0032	4074	0741	00;00	00,00	00,00,40	0,00	0000	0008	5734

IV. Verwandlungstafel

für Gröſsen der stetigen Eintheilung
deren Theilungs-Exponent = 60, in die, deren Theilungs-Exponent = 10

B. der Theilungsexponentenbrüche von 1 bis 00,00,00,00,00,00,00,00,01

$\frac{\alpha \mid \div \mid \beta}{x}$					=	$\frac{\beta}{y}$				‖
00;00	00,00	00,00	30			0	0000	0000	0643	00
00;00	00,00	00,00	20			0	0000	0000	0428	67
00;00	00,00	00,00	10			0	0000	0000	0214	33
00;00	00,00	00,00	09			0	0000	0000	0192	90
00;00	00,00	00,00	08			0	0000	0000	0171	47
00;00	00,00	00,00	07			0	0000	0000	0150	04
00;00	00,00	00,00	06			0	0000	0000	0128	60
00;00	00,00	00,00	05			0	0000	0000	0107	17
00;00	00,00	00,00	04			0	0000	0000	0085	73
00;00	00,00	00,00	03			0	0000	0000	0064	30
00;00	00,00	00,00	02			0	0000	0000	0042	87
00;00	00,00	00,00	01			0	0000	0000	0021	43
00;00	00,00	00,00	00,50			0	0000	0000	0017	86
00;00	00,00	00,00	00,40			0	0000	0000	0014	29
00;00	00,00	00,00	00,30			0	0000	0000	0010	72
00;00	00,00	00,00	00,20			0	0000	0000	0007	15
00;00	00,00	00,00	00,10			0	0000	0000	0003	57
00;00	00,00	00,00	00,09			0	0000	0000	0003	22
00;00	00,00	00,00	00,08			0	0000	0000	0002	86
00;00	00,00	00,00	00,07			0	0000	0000	0002	50
00;00	00,00	00,00	00,06			0	0000	0000	0002	14
00;00	00,00	00,00	00,05			0	0000	0000	0001	78
00;00	00,00	00,00	00,04			0	0000	0000	0001	43
00;00	00,00	00,00	00,03			0	0000	0000	0001	07
00;00	00,00	00,00	00,02			0	0000	0000	0000	72
00;00	00,00	00,00	00,01			0	0000	0000	0000	36
00;00	00,00	00,00	00,00	50		0	0000	0000	0000	30
00;00	00,00	00,00	00,00	40		0	0000	0000	0000	24
00;00	00,00	00,00	00,00	30		0	0000	0000	0000	18
00;00	00,00	00,00	00,00	20		0	0000	0000	0000	12
00;00	00,00	00,00	00,00	10		0	0000	0000	0000	06
00;00	00,00	00,00	00,00	09		0	0000	0000	0000	05
00;00	00,00	00,00	00,00	08		0	0000	0000	0000	05
00;00	00,00	00,00	00,00	07		0	0000	0000	0000	04
00;00	00,00	00,00	00,00	06		0	0000	0000	0000	04
00;00	00,00	00,00	00,00	05		0	0000	0000	0000	03

Vielfältige der Zahlen, womit die durch die Verwandlung der ächten gemeinen Logarithmen der stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent = 60, erhaltenen unächten gemeinen Logarithmen der stetigen Eintheil., deren Theilungs-Exponent = 10, zu multipliciren sind, um die ächten gemeinen derselben zu erhalten.

10	17	7815	1250
9	16	0033	6125
8	14	2252	1000
7	12	4470	5875
6	10	6689	0750
5	8	8907	5625
4	7	1126	0500
3	5	3344	5375
2	3	5563	0250
1	1	7781	5125
0,9	1	6003	3613
0,8	1	4225	2100
0,7	1	2447	0588
0,6	1	0668	9075
0,5	0	8890	7563
0,4	0	7112	6050
0,3	0	5334	4538
0,2	0	3556	3025
0,1	0	1778	1513
0,09	0	1600	3361
0,08	0	1422	5210
0,07	0	1244	7059

IV. Verwandlungstafel

Vielfältige der Zahlen, womit die durch die Verwandlung der ächten gemeinen Logarithmen der stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent = 60, erhaltenen unächten gemeinen Logarithmen der stetigen Eintheilung, deren Theilungs-Exponent = 10, zu multipliciren sind, um die ächten gemeinen derselben zu erhalten.

0,07	0	1244	7059	0,000	04	0	0000	7113
0,06	0	1066	8908	0,000	03	0	0000	5334
0,05	0	0889	0756	0,000	02	0	0000	3556
0,04	0	0711	2605	0,000	01	0	0000	1778
0,03	0	0533	4454	0,000	009	0	0000	1600
0,02	0	0355	6303	0,000	008	0	0000	1423
0,01	0	0177	8151	0,000	007	0	0000	1245
0,009	0	0160	0336	0,000	006	0	0000	1067
0,008	0	0142	2521	0,000	005	0	0000	0889
0,007	0	0124	4706	0,000	004	0	0000	0711
0,006	0	0106	6891	0,000	003	0	0000	0533
0,005	0	0088	9076	0,000	002	0	0000	0356
0,004	0	0071	1260	0,000	001	0	0000	0178
0,003	0	0053	3445	0,000	0009	0	0000	0160
0,002	0	0035	5630	0,000	0008	0	0000	0142
0,001	0	0017	7815	0,000	0007	0	0000	0125
0,000 9	0	0016	0034	0,000	0006	0	0000	0107
0,000 8	0	0014	2252	0,000	0005	0	0000	0089
0,000 7	0	0012	4471	0,000	0004	0	0000	0071
0,000 6	0	0010	6689	0,000	0003	0	0000	0053
0,000 5	0	0008	8908	0,000	0002	0	0000	0036
0,000 4	0	0007	1126	0,000	0001	0	0000	0018
0,000 3	0	0005	3345	0,000	0000 9	0	0000	0016
0,000 2	0	0003	5563	0,000	0000 8	0	0000	0014
0,000 1	0	0001	7782	0,000	0000 7	0	0000	0013
0,000 09	0	0001	6003	0,000	0000 6	0	0000	0011
0,000 08	0	0001	4225	0,000	0000 5	0	0000	0009
0,000 07	0	0001	2447	0,000	0000 4	0	0000	0007
0,000 06	0	0001	0669	0,000	0000 3	0	0000	0005
0,000 05	0	0000	8891	0,000	0000 2	0	0000	0004
0,000 04	0	0000	7113	0,000	0000 1	0	0000	0002

Leipzig, gedruckt bey Friedrich Schödel.

Nöthige Verbesserungen wegen Entfernung des Druckorts vom Verfasser.

Seite 4 Zeile 10 von unten rechter; Zeile 11 von unten linker
— 15 — 4 von oben — $h\downarrow^{IV}$; Zeile 7 v. o. (N—K)
— 18 — 3 v. o. *k*) 341
— 19 — 4 v. u. $+vy\downarrow^{VII}+wy\downarrow^{IIX}$; Zeile 3 v. u. $+wx\downarrow^{VII}$
— 19 — 1 v. u. $vy+wx)\downarrow^{VII}$ und $+wy)\downarrow^{IIX}$
— 20 — 6 v. o. $+(nc$ Zeile 7 v. o. $+mb)\beta^2$
— 20 im mit (γ) bezeichneten Exempel müssen folgende Zahlen unter einander stehen

16
61
5
549
183+ 99
+305+165+100
(α)
+758+789+748

— 23 — 15 v. o. $+5^{III}$
— 25 — 14 v. o. 8ø2; Zeile 4 v. u. 52^{I}
— 27 — 13 u. Z. 25 v. o. müssen lauter durchstrichene Zahlen stehen.
— 35 — 12 v. o. $nd\beta^{IV}$ S. 36 im Beyspiel α) ⌊ Quot. 3+
— 37 links Z. 13. 55,58,64; rechts B statt A
— 39 — 10 v. o. ⌊ Seite 52 oben 49
— 63 im Beyspiel *b*) am Ende 132 252, 24
16 17, 49
148, 269,
04, 13,

— 78 — 8 v. o. $[\frac{a+c-b}{2}]$ S. 82 Z. 5 v. u. K. Wurzel
— 88 im Exemp. α) Kubik-Wurzel S. 117 Z. 5 v. o. $x=5\alpha^3$
— 118 — 6 v. u. übergesetzt S. 122 Z. 6 v. u. Exponenten
— 123 — 12 v. u. statt 00;54,56,26,46... lies 00;56,31,46,39...
— 123 — 11 11,31,34,40 statt 11,51,34,40 Z. 14 l. $^{691}_{11}31$ statt $^{691}_{11}51$

Verwandlungs-Tafeln.

Seite III rechts am Ende 4. Z. 05; 7. Z. 10; 9. Z. 05; 11. Z. 06; 16. Z. 11; 17. Z. 02; 19. Z. 09 Seite XI bis 00;00, Seite XVI = 60
— XVII 2 Haupt-Kol. am Ende 48 XIX 2 Kol. 11 Z. v. u. rechts 40,19
In der grofsen Tabelle im kleinsten Rektangel C. Q. statt Q. C.

Der Theilungsexponent: β = 60.

Quadrat	00,04	00,09	00,16	00,25	00,36	00,49	01,04	01,21	01,40	02,01	02,24	02,49	03,16	03,45	04,16	04,49	05,24	06,01	06,40	07,21	08,04	08,49	09,36	10,25	11,16	12,09	13,04	14,01	15,00	16,01	17,04	18,09	19,16	20,25	21,36	22,49	24,04	25,21	26,40	28,01	29,24	30,49	32,16	33,45	35,16	36,49	38,24	40,01	41,40	43,21	45,04	46,49	48,36	50,25	52,16	54,09	56,04	58,01	1,00,00		Cubus
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	1	00,00,01
	00,04	00,06	00,08	00,10	00,12	00,14	00,16	00,18	00,20	00,22	00,24	00,26	00,28	00,30	00,32	00,34	00,36	00,38	00,40	00,42	00,44	00,46	00,48	00,50	00,52	00,54	00,56	00,58	01,00	01,02	01,04	01,06	01,08	01,10	01,12	01,14	01,16	01,18	01,20	01,22	01,24	01,26	01,28	01,30	01,32	01,34	01,36	01,38	01,40	01,42	01,44	01,46	01,48	01,50	01,52	01,54	01,56	01,58	02,00	2	00,00,08
		00,09	00,12	00,15	00,18	00,21	00,24	00,27	00,30	00,33	00,36	00,39	00,42	00,45	00,48	00,51	00,54	00,57	01,00	01,03	01,06	01,09	01,12	01,15	01,18	01,21	01,24	01,27	01,30	01,33	01,36	01,39	01,42	01,45	01,48	01,51	01,54	01,57	02,00	02,03	02,06	02,09	02,12	02,15	02,18	02,21	02,24	02,27	02,30	02,33	02,36	02,39	02,42	02,45	02,48	02,51	02,54	02,57	03,00	3	00,00,27
			00,16	00,20	00,24	00,28	00,32	00,36	00,40	00,44	00,48	00,52	00,56	01,00	01,04	01,08	01,12	01,16	01,20	01,24	01,28	01,32	01,36	01,40	01,44	01,48	01,52	01,56	02,00	02,04	02,08	02,12	02,16	02,20	02,24	02,28	02,32	02,36	02,40	02,44	02,48	02,52	02,56	03,00	03,04	03,08	03,12	03,16	03,20	03,24	03,28	03,32	03,36	03,40	03,44	03,48	03,52	03,56	04,00	4	00,01,04
				00,25	00,30	00,35	00,40	00,45	00,50	00,55	01,00	01,05	01,10	01,15	01,20	01,25	01,30	01,35	01,40	01,45	01,50	01,55	02,00	02,05	02,10	02,15	02,20	02,25	02,30	02,35	02,40	02,45	02,50	02,55	03,00	03,05	03,10	03,15	03,20	03,25	03,30	03,35	03,40	03,45	03,50	03,55	04,00	04,05	04,10	04,15	04,20	04,25	04,30	04,35	04,40	04,45	04,50	04,55	05,00	5	00,02,05
					00,36	00,42	00,48	00,54	01,00	01,06	01,12	01,18	01,24	01,30	01,36	01,42	01,48	01,54	02,00	02,06	02,12	02,18	02,24	02,30	02,36	02,42	02,48	02,54	03,00	03,06	03,12	03,18	03,24	03,30	03,36	03,42	03,48	03,54	04,00	04,06	04,12	04,18	04,24	04,30	04,36	04,42	04,48	04,54	05,00	05,06	05,12	05,18	05,24	05,30	05,36	05,42	05,48	05,54	06,00	6	00,03,36
						00,49	00,56	01,03	01,10	01,17	01,24	01,31	01,38	01,45	01,52	01,59	02,06	02,13	02,20	02,27	02,34	02,41	02,48	02,55	03,02	03,09	03,16	03,23	03,30	03,37	03,44	03,51	03,58	04,05	04,12	04,19	04,26	04,33	04,40	04,47	04,54	05,01	05,08	05,15	05,22	05,29	05,36	05,43	05,50	05,57	06,04	06,11	06,18	06,25	06,32	06,39	06,46	06,53	07,00	7	00,05,43
							01,04	01,12	01,20	01,28	01,36	01,44	01,52	02,00	02,08	02,16	02,24	02,32	02,40	02,48	02,56	03,04	03,12	03,20	03,28	03,36	03,44	03,52	04,00	04,08	04,16	04,24	04,32	04,40	04,48	04,56	05,04	05,12	05,20	05,28	05,36	05,44	05,52	06,00	06,08	06,16	06,24	06,32	06,40	06,48	06,56	07,04	07,12	07,20	07,28	07,36	07,44	07,52	08,00	8	00,08,32
								01,21	01,30	01,39	01,48	01,57	02,06	02,15	02,24	02,33	02,42	02,51	03,00	03,09	03,18	03,27	03,36	03,45	03,54	04,03	04,12	04,21	04,30	04,39	04,48	04,57	05,06	05,15	05,24	05,33	05,42	05,51	06,00	06,09	06,18	06,27	06,36	06,45	06,54	07,03	07,12	07,21	07,30	07,39	07,48	07,57	08,06	08,15	08,24	08,33	08,42	08,51	09,00	9	00,12,09
									01,40	01,50	02,00	02,10	02,20	02,30	02,40	02,50	03,00	03,10	03,20	03,30	03,40	03,50	04,00	04,10	04,20	04,30	04,40	04,50	05,00	05,10	05,20	05,30	05,40	05,50	06,00	06,10	06,20	06,30	06,40	06,50	07,00	07,10	07,20	07,30	07,40	07,50	08,00	08,10	08,20	08,30	08,40	08,50	09,00	09,10	09,20	09,30	09,40	09,50	10,00	10	00,16,40
										02,01	02,12	02,23	02,34	02,45	02,56	03,07	03,18	03,29	03,40	03,51	04,02	04,13	04,24	04,35	04,46	04,57	05,08	05,19	05,30	05,41	05,52	06,03	06,14	06,25	06,36	06,47	06,58	07,09	07,20	07,31	07,42	07,53	08,04	08,15	08,26	08,37	08,48	08,59	09,10	09,21	09,32	09,43	09,54	10,05	10,16	10,27	10,38	10,49	11,00	11	00,22,11
											02,24	02,36	02,48	03,00	03,12	03,24	03,36	03,48	04,00	04,12	04,24	04,36	04,48	05,00	05,12	05,24	05,36	05,48	06,00	06,12	06,24	06,36	06,48	07,00	07,12	07,24	07,36	07,48	08,00	08,12	08,24	08,36	08,48	09,00	09,12	09,24	09,36	09,48	10,00	10,12	10,24	10,36	10,48	11,00	11,12	11,24	11,36	11,48	12,00	12	00,28,48
												02,49	03,02	03,15	03,28	03,41	03,54	04,07	04,20	04,33	04,46	04,59	05,12	05,25	05,38	05,51	06,04	06,17	06,30	06,43	06,56	07,09	07,22	07,35	07,48	08,01	08,14	08,27	08,40	08,53	09,06	09,19	09,32	09,45	09,58	10,11	10,24	10,37	10,50	11,03	11,16	11,29	11,42	11,55	12,08	12,21	12,34	12,47	13,00	13	00,36,37
													03,16	03,30	03,44	03,58	04,12	04,26	04,40	04,54	05,08	05,22	05,36	05,50	06,04	06,18	06,32	06,46	07,00	07,14	07,28	07,42	07,56	08,10	08,24	08,38	08,52	09,06	09,20	09,34	09,48	10,02	10,16	10,30	10,44	10,58	11,12	11,26	11,40	11,54	12,08	12,22	12,36	12,50	13,04	13,18	13,32	13,46	14,00	14	00,45,44
														03,45	04,00	04,15	04,30	04,45	05,00	05,15	05,30	05,45	06,00	06,15	06,30	06,45	07,00	07,15	07,30	07,45	08,00	08,15	08,30	08,45	09,00	09,15	09,30	09,45	10,00	10,15	10,30	10,45	11,00	11,15	11,30	11,45	12,00	12,15	12,30	12,45	13,00	13,15	13,30	13,45	14,00	14,15	14,30	14,45	15,00	15	00,56,15
															04,16	04,32	04,48	05,04	05,20	05,36	05,52	06,08	06,24	06,40	06,56	07,12	07,28	07,44	08,00	08,16	08,32	08,48	09,04	09,20	09,36	09,52	10,08	10,24	10,40	10,56	11,12	11,28	11,44	12,00	12,16	12,32	12,48	13,04	13,20	13,36	13,52	14,08	14,24	14,40	14,56	15,12	15,28	15,44	16,00	16	01,08,16
																04,49	05,06	05,23	05,40	05,57	06,14	06,31	06,48	07,05	07,22	07,39	07,56	08,13	08,30	08,47	09,04	09,21	09,38	09,55	10,12	10,29	10,46	11,03	11,20	11,37	11,54	12,11	12,28	12,45	13,02	13,19	13,36	13,53	14,10	14,27	14,44	15,01	15,18	15,35	15,52	16,09	16,26	16,43	17,00	17	01,21,53
																	05,24	05,42	06,00	06,18	06,36	06,54	07,12	07,30	07,48	08,06	08,24	08,42	09,00	09,18	09,36	09,54	10,12	10,30	10,48	11,06	11,24	11,42	12,00	12,18	12,36	12,54	13,12	13,30	13,48	14,06	14,24	14,42	15,00	15,18	15,36	15,54	16,12	16,30	16,48	17,06	17,24	17,42	18,00	18	01,37,12
																		06,01	06,20	06,39	06,58	07,17	07,36	07,55	08,14	08,33	08,52	09,11	09,30	09,49	10,08	10,27	10,46	11,05	11,24	11,43	12,02	12,21	12,40	12,59	13,18	13,37	13,56	14,15	14,34	14,53	15,12	15,31	15,50	16,09	16,28	16,47	17,06	17,25	17,44	18,03	18,22	18,41	19,00	19	01,54,19
																			06,40	07,00	07,20	07,40	08,00	08,20	08,40	09,00	09,20	09,40	10,00	10,20	10,40	11,00	11,20	11,40	12,00	12,20	12,40	13,00	13,20	13,40	14,00	14,20	14,40	15,00	15,20	15,40	16,00	16,20	16,40	17,00	17,20	17,40	18,00	18,20	18,40	19,00	19,20	19,40	20,00	20	02,13,20
																				07,21	07,42	08,03	08,24	08,45	09,06	09,27	09,48	10,09	10,30	10,51	11,12	11,33	11,54	12,15	12,36	12,57	13,18	13,39	14,00	14,21	14,42	15,03	15,24	15,45	16,06	16,27	16,48	17,09	17,30	17,51	18,12	18,33	18,54	19,15	19,36	19,57	20,18	20,39	21,00	21	02,34,21
																					08,04	08,26	08,48	09,10	09,32	09,54	10,16	10,38	11,00	11,22	11,44	12,06	12,28	12,50	13,12	13,34	13,56	14,18	14,40	15,02	15,24	15,46	16,08	16,30	16,52	17,14	17,36	17,58	18,20	18,42	19,04	19,26	19,48	20,10	20,32	20,54	21,16	21,38	22,00	22	02,57,28
																						08,49	09,12	09,35	09,58	10,21	10,44	11,07	11,30	11,53	12,16	12,39	13,02	13,25	13,48	14,11	14,34	14,57	15,20	15,43	16,06	16,29	16,52	17,15	17,38	18,01	18,24	18,47	19,10	19,33	19,56	20,19	20,42	21,05	21,28	21,51	22,14	22,37	23,00	23	03,22,47
																							09,36	10,00	10,24	10,48	11,12	11,36	12,00	12,24	12,48	13,12	13,36	14,00	14,24	14,48	15,12	15,36	16,00	16,24	16,48	17,12	17,36	18,00	18,24	18,48	19,12	19,36	20,00	20,24	20,48	21,12	21,36	22,00	22,24	22,48	23,12	23,36	24,00	24	03,50,24
																								10,25	10,50	11,15	11,40	12,05	12,30	12,55	13,20	13,45	14,10	14,35	15,00	15,25	15,50	16,15	16,40	17,05	17,30	17,55	18,20	18,45	19,10	19,35	20,00	20,25	20,50	21,15	21,40	22,05	22,30	22,55	23,20	23,45	24,10	24,35	25,00	25	04,20,25
																									11,16	11,42	12,08	12,34	13,00	13,26	13,52	14,18	14,44	15,10	15,36	16,02	16,28	16,54	17,20	17,46	18,12	18,38	19,04	19,30	19,56	20,22	20,48	21,14	21,40	22,06	22,32	22,58	23,24	23,50	24,16	24,42	25,08	25,34	26,00	26	04,52,56
																										12,09	12,36	13,03	13,30	13,57	14,24	14,51	15,18	15,45	16,12	16,39	17,06	17,33	18,00	18,27	18,54	19,21	19,48	20,15	20,42	21,09	21,36	22,03	22,30	22,57	23,24	23,51	24,18	24,45	25,12	25,39	26,06	26,33	27,00	27	05,28,03
																											13,04	13,32	14,00	14,28	14,56	15,24	15,52	16,20	16,48	17,16	17,44	18,12	18,40	19,08	19,36	20,04	20,32	21,00	21,28	21,56	22,24	22,52	23,20	23,48	24,16	24,44	25,12	25,40	26,08	26,36	27,04	27,32	28,00	28	06,05,52
																												14,01	14,30	14,59	15,28	15,57	16,26	16,55	17,24	17,53	18,22	18,51	19,20	19,49	20,18	20,47	21,16	21,45	22,14	22,43	23,12	23,41	24,10	24,39	25,08	25,37	26,06	26,35	27,04	27,33	28,02	28,31	29,00	29	06,46,29
																													15,00	15,30	16,00	16,30	17,00	17,30	18,00	18,30	19,00	19,30	20,00	20,30	21,00	21,30	22,00	22,30	23,00	23,30	24,00	24,30	25,00	25,30	26,00	26,30	27,00	27,30	28,00	28,30	29,00	29,30	30,00	30	07,30,00
																														16,01	16,32	17,03	17,34	18,05	18,36	19,07	19,38	20,09	20,40	21,11	21,42	22,13	22,44	23,15	23,46	24,17	24,48	25,19	25,50	26,21	26,52	27,23	27,54	28,25	28,56	29,27	29,58	30,29	31,00	31	08,16,31
																															17,04	17,36	18,08	18,40	19,12	19,44	20,16	20,48	21,20	21,52	22,24	22,56	23,28	24,00	24,32	25,04	25,36	26,08	26,40	27,12	27,44	28,16	28,48	29,20	29,52	30,24	30,56	31,28	32,00	32	09,06,08
																																18,09	18,42	19,15	19,48	20,21	20,54	21,27	22,00	22,33	23,06	23,39	24,12	24,45	25,18	25,51	26,24	26,57	27,30	28,03	28,36	29,09	29,42	30,15	30,48	31,21	31,54	32,27	33,00	33	09,58,57
																																	19,16	19,50	20,24	20,58	21,32	22,06	22,40	23,14	23,48	24,22	24,56	25,30	26,04	26,38	27,12	27,46	28,20	28,54	29,28	30,02	30,36	31,10	31,44	32,18	32,52	33,26	34,00	34	10,55,04
																																		20,25	21,00	21,35	22,10	22,45	23,20	23,55	24,30	25,05	25,40	26,15	26,50	27,25	28,00	28,35	29,10	29,45	30,20	30,55	31,30	32,05	32,40	33,15	33,50	34,25	35,00	35	11,54,35
																																			21,36	22,12	22,48	23,24	24,00	24,36	25,12	25,48	26,24	27,00	27,36	28,12	28,48	29,24	30,00	30,36	31,12	31,48	32,24	33,00	33,36	34,12	34,48	35,24	36,00	36	12,57,36
																																				22,49	23,26	24,03	24,40	25,17	25,54	26,31	27,08	27,45	28,22	28,59	29,36	30,13	30,50	31,27	32,04	32,41	33,18	33,55	34,32	35,09	35,46	36,23	37,00	37	14,04,13
																																					24,04	24,42	25,20	25,58	26,36	27,14	27,52	28,30	29,08	29,46	30,24	31,02	31,40	32,18	32,56	33,34	34,12	34,50	35,28	36,06	36,44	37,22	38,00	38	15,14,32
																																						25,21	26,00	26,39	27,18	27,57	28,36	29,15	29,54	30,33	31,12	31,51	32,30	33,09	33,48	34,27	35,06	35,45	36,24	37,03	37,42	38,21	39,00	39	16,28,39
																																							26,40	27,20	28,00	28,40	29,20	30,00	30,40	31,20	32,00	32,40	33,20	34,00	34,40	35,20	36,00	36,40	37,20	38,00	38,40	39,20	40,00	40	17,46,40
																																								28,01	28,42	29,23	30,04	30,45	31,26	32,07	32,48	33,29	34,10	34,51	35,32	36,13	36,54	37,35	38,16	38,57	39,38	40,19	41,00	41	19,08,41
																																									29,24	30,06	30,48	31,30	32,12	32,54	33,36	34,18	35,00	35,42	36,24	37,06	37,48	38,30	39,12	39,54	40,36	41,18	42,00	42	20,34,48
																																										30,49	31,32	32,15	32,58	33,41	34,24	35,07	35,50	36,33	37,16	37,59	38,42	39,25	40,08	40,51	41,34	42,17	43,00	43	22,05,07
																																											32,16	33,00	33,44	34,28	35,12	35,56	36,40	37,24	38,08	38,52	39,36	40,20	41,04	41,48	42,32	43,16	44,00	44	23,39,44
																																												33,45	34,30	35,15	36,00	36,45	37,30	38,15	39,00	39,45	40,30	41,15	42,00	42,45	43,30	44,15	45,00	45	25,18,45
																																													35,16	36,02	36,48	37,34	38,20	39,06	39,52	40,38	41,24	42,10	42,56	43,42	44,28	45,14	46,00	46	27,02,16
																																														36,49	37,36	38,23	39,10	39,57	40,44	41,31	42,18	43,05	43,52	44,39	45,26	46,13	47,00	47	28,50,23
																																															38,24	39,12	40,00	40,48	41,36	42,24	43,12	44,00	44,48	45,36	46,24	47,12	48,00	48	30,43,12
																																																40,01	40,50	41,39	42,28	43,17	44,06	44,55	45,44	46,33	47,22	48,11	49,00	49	32,40,49
																																																	41,40	42,30	43,20	44,10	45,00	45,50	46,40	47,30	48,20	49,10	50,00	50	34,43,20
																																																		43,21	44,12	45,03	45,54	46,45	47,36	48,27	49,18	50,09	51,00	51	36,50,51
																																																			45,04	45,56	46,48	47,40	48,32	49,24	50,16	51,08	52,00	52	39,03,28
																																																				46,49	47,42	48,35	49,28	50,21	51,14	52,07	53,00	53	41,21,17
																																																					48,36	49,30	50,24	51,18	52,12	53,06	54,00	54	43,44,24
																																																						50,25	51,20	52,15	53,10	54,05	55,00	55	46,12,55
																																																							52,16	53,12	54,08	55,04	56,00	56	48,46,56
																																																								54,09	55,06	56,03	57,00	57	51,26,33
																																																									56,04	57,02	58,00	58	54,11,52
																																																										58,01	59,00	59	57,02,59
																																																											1,00,00	60	01,00,00,00

Cubus																					
01,00,00,00	20	1,00,00
17,02,19	19	19,00	18,01
14.11,12	18	18,00	17,02	16,04
12,05,13	17	17,00	16,03	15,06	14,09
10,04,16	16	16,00	15,04	14,08	13,12	12,16
08,08,15	15	15,00	14,05	13,10	12,15	12,00	11,05
06.17,04	14	14,00	13,06	12,12	11,18	11,04	10,10	09,16
05,09,17	13	13,00	12,07	11,14	11,01	10,08	09,15	09,02	08,09
04,06,08	12	12,00	11,08	10,16	10,04	09,12	09,00	08,08	07,16	07,04
03.06,11	11	11,00	10,09	09,18	09,07	08,16	08,05	07,14	07,03	06,12	06,01
02,10,00	10	10,00	09,10	09,00	08,10	08,00	07,10	07,00	06,10	06,00	05,10	05,00
01,16.09	9	09,00	08,11	08,02	07,13	07,04	06,15	06,06	05,17	05,08	04,19	04,10	04,01
01,05,12	8	08,00	07,12	07,04	06,16	06,08	06,00	05,12	05,04	04,16	04,08	04,00	03,12	03,04
00,17,03	7	07,00	06,13	06,06	05,19	05,12	05,05	04,18	04,11	04,04	03,17	03,10	03,03	02,16	02,09
00,10,16	6	06,00	05,14	05,08	05,02	04,16	04,10	04,04	03,18	03,12	03,06	03,00	02,14	02,08	02,02	01,16
00,06,05	5	05,00	04,15	04,10	04,05	04,00	03,15	03,10	03,05	03,00	02,15	02,10	02,05	02,00	01,15	01,10	01,05
00,03,04	4	04,00	03,16	03,12	03,08	03,04	03,00	02,16	02,12	02,08	02,04	02,00	01,16	01,12	01,08	01,04	01,00	00,16
00,01,07	3	03,00	02,17	02,14	02,11	02,08	02,05	02,02	01,19	01,16	01,13	01,10	01,07	01,04	01,01	00,18	00,15	00,12	00,09
00.00,08	2	02,00	01,18	01,16	01,14	01,12	01,10	01,08	01,06	01,04	01,02	01,00	00,18	00,16	00,14	00,12	00,10	00,08	00,06	00,04
00,00,01	1	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Quadrat		1,00,00	18,01	16,04	14,09	12,16	11,05	09,16	08,09	07,04	06,01	05,00	04,01	03,04	02,09	01,16	01,05	00,16	00,09	00,04	

Der Theilungsexponent: β = 20.

Der Theilungsexponent: β = 16.

1,00,00	14,01	12,04	10,09	09,00	07,09	06,04	05,01	04,00	03,01	02,04	01,09	01,00	00,09	00,04	00,01	Q. C.
16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	00,00,01
02,00	01,14	01,12	01,10	01,08	01,06	01,04	01,02	01,00	00,14	00,12	00,10	00,08	00,06	00,04	2	00,00,08
03,00	02,13	02,10	02,07	02,04	02,01	01,14	01,11	01,08	01,05	01,02	00,15	00,12	00,09	00,06	3	00,01,11
04,00	03,12	03,08	03,04	03,00	02,12	02,08	02,04	02,00	01,12	01,08	01,04	01,00	00,12	00,08	4	00,04,00
05,00	04,11	04,06	04,01	03,12	03,07	03,02	02,13	02,08	02,03	01,14	01,09	01,04	00,15	00,10	5	00,07,13
06,00	05,10	05,04	04,14	04,08	04,02	03,12	03,06	03,00	02,10	02,04	01,14	01,08	01,02	00,12	6	00,13,08
07,00	06,09	06,02	05,11	05,04	04,13	04,06	03,15	03,08	03,01	02,10	02,03	01,12	01,05	00,14	7	01,05,07
08,00	07,08	07,00	06,08	06,00	05,08	05,00	04,08	04,00	03,08	03,00	02,08	02,00	01,08	01,00	8	02,00,00
09,00	08,07	07,14	07,05	06,12	06,03	05,10	05,01	04,08	03,15	03,06	02,13	02,04	01,11	01,02	9	02,13,09
10,00	09,06	08,12	08,02	07,08	06,14	06,04	05,10	05,00	04,06	03,12	03,02	02,08	01,14	01,04	10	03,14,08
11,00	10,05	09,10	08,15	08,04	07,09	06,14	06,03	05,08	04,13	04,02	03,07	02,12	02,01	01,06	11	05,03,03
12,00	11,04	10,08	09,12	09,00	08,04	07,08	06,12	06,00	05,04	04,08	03,12	03,00	02,04	01,08	12	06,12,00
13,00	12,03	11,06	10,09	09,12	08,15	08,02	07,05	06,08	05,11	04,14	04,01	03,04	02,07	01,10	13	08,09,05
14,00	13,02	12,04	11,06	10,08	09,10	08,12	07,14	07,00	06,02	05,04	04,06	03,08	02,10	01,12	14	10,11,08
15,00	14,01	13,02	12,03	11,04	10,05	09,06	08,07	07,08	06,09	05,10	04,11	03,12	02,13	01,14	15	13,02,15
1,00,00	15,00	14,00	13,00	12,00	11,00	10,00	09,00	08,00	07,00	06,00	05,00	04,00	03,00	02,00	16	1,00,00,00

Der Theilungsexponent: β = 12.

Q. C.	00,01	00,04	00,09	01,04	02,01	03,00	04,01	05,04	06,09	08,04	10,01	1,00,00
00,00,01	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
00,00,08	2	00,04	00,06	00,08	00,10	01,00	01,02	01,04	01,06	01,08	01,10	02,00
00,02,03	3	00,06	00,09	01,00	01,03	01,06	01,09	02,00	02,03	02,06	02,09	03,00
00,05,04	4	00,08	01,00	01,04	01,08	02,00	02,04	02,08	03,00	03,04	03,08	04,00
00,10,01	5	00,10	01,03	01,08	02,01	02,06	02,11	03,04	03,09	04,02	04,07	05,00
01,06,00	6	01,00	01,06	02,00	02,06	03,00	03,06	04,00	04,06	05,00	05,06	06,00
02,04,07	7	01,02	01,09	02,04	02,11	03,06	04,01	04,08	05,03	05,10	06,05	07,00
03,06,08	8	01,04	02,00	02,08	03,04	04,00	04,08	05,04	06,00	06,08	07,04	08,00
05,00,09	9	01,06	02,03	03,00	03,09	04,06	05,03	06,00	06,09	07,06	08,03	09,00
06,11,04	10	01,08	02,06	03,04	04,02	05,00	05,10	06,08	07,06	08,04	09,02	10,00
09,02,11	11	01,10	02,09	03,08	04,07	05,06	06,05	07,04	08,03	09,02	10,01	11,00
1,00,00,00	12	02,00	03,00	04,00	05,00	06,00	07,00	08,00	09,00	10,00	11,00	1,00,00

Cubus																																					
01,00,00,00	36	1,00,00
33,02,35	35	35,00	34,01
30,11,28	34	34,00	33,02	32,04
27,26,09	33	33,00	32,03	31,06	30,09
25,10,08	32	32,00	31,04	30,08	29,12	28,16
22,35,19	31	31,00	30,05	29,10	28,15	27,20	26,25
20,30,00	30	30,00	29,06	28,12	27,18	26,24	25,30	25,00
18,29,17	29	29,00	28,07	27,14	26,21	25,28	24,35	24,06	23,13
16,33,28	28	28,00	27,08	26,16	25,24	24,32	24,04	23,12	22,20	21,28
15,06,27	27	27,00	26,09	25,18	24,27	24,00	23,09	22,18	21,27	21,00	20,09
13,20,08	26	26,00	25,10	24,20	23,30	23,04	22,14	21,24	20,34	20,08	19,18	18,28
12,02,01	25	25,00	24,11	23,22	22,33	22,08	21,19	20,30	20,05	19,16	18,27	18,02	17,13
10,24,00	24	24,00	23,12	22,24	22,00	21,12	20,24	20,00	19,12	18,24	18,00	17,12	16,24	16,00
09,13,35	23	23,00	22,13	21,26	21,03	20,16	19,29	19,06	18,19	17,32	17,09	16,22	15,35	15,12	14,25
08,10,20	22	22,00	21,14	20,28	20,06	19,20	18,34	18,12	17,26	17,04	16,18	15,32	15,10	14,24	14,02	13,16
07,33,01	21	21,00	20,15	19,30	19,09	18,24	18,03	17,18	16,33	16,12	15,27	15,06	14,21	14,00	13,15	12,30	12,09
06,06,08	20	20,00	19,16	18,32	18,12	17,28	17,08	16,24	16,04	15,20	15,00	14,16	13,32	13,12	12,28	12,08	11,24	11,04
05,10,19	19	19,00	18,17	17,34	17,15	16,32	16,13	15,30	15,11	14,28	14,09	13,26	13,07	12,24	12,05	11,22	11,03	10,20	10,01
04,18,00	18	18,00	17,18	17,00	16,18	16,00	15,18	15,00	14,18	14,00	13,18	13,00	12,18	12,00	11,18	11,00	10,18	10,00	09,18	09,00
03,28,17	17	17,00	16,19	16,02	15,21	15,04	14,23	14,06	13,25	13,08	12,27	12,10	11,29	11,12	10,31	10,14	09,33	09,16	08,35	08,18	08,01
03,05,28	16	16,00	15,20	15,04	14,24	14,08	13,28	13,12	12,32	12,16	12,00	11,20	11,04	10,24	10,08	09,28	09,12	08,32	08,16	08,00	07,20	07,04
02,21,27	15	15,00	14,21	14,06	13,27	13,12	12,33	12,18	12,03	11,24	11,09	10,30	10,15	10,00	09,21	09,06	08,27	08,12	07,33	07,18	07,03	06,24	06,09
02,04,08	14	14,00	13,22	13,08	12,30	12,16	12,02	11,24	11,10	10,32	10,18	10,04	09,26	09,12	08,34	08,20	08,06	07,28	07,14	07,00	06,22	06,08	05,30	05,16
01,25,01	13	13,00	12,23	12,10	11,33	11,20	11,07	10,30	10,17	10,04	09,27	09,14	09,01	08,24	08,11	07,34	07,21	07,08	06,31	06,18	06,05	05,28	05,15	05,02	04,25
01,12,00	12	12,00	11,24	11,12	11,00	10,24	10,12	10,00	09,24	09,12	09,00	08,24	08,12	08,00	07,24	07,12	07,00	06,24	06,12	06,00	05,24	05,12	05,00	04,24	04,12	04,00
01,00,35	11	11,00	10,25	10,14	10,03	09,28	09,17	09,06	08,31	08,20	08,09	07,34	07,23	07,12	07,01	06,26	06,15	06,04	05,29	05,18	05,07	04,32	04,21	04,10	03,35	03,24	03,13
00,27,28	10	10,00	09,26	09,16	09,06	08,32	08,22	08,12	08,02	07,28	07,18	07,08	06,34	06,24	06,14	06,04	05,30	05,20	05,10	05,00	04,26	04,16	04,06	03,32	03,22	03,12	03,02	02,28
00,20,09	9	09,00	08,27	08,18	08,09	08,00	07,27	07,18	07,09	07,00	06,27	06,18	06,09	06,00	05,27	05,18	05,09	05,00	04,27	04,18	04,09	04,00	03,27	03,18	03,09	03,00	02,27	02,18	02,09
00,14,08	8	08,00	07,28	07,20	07,12	07,04	06,32	06,24	06,16	06,08	06,00	05,28	05,20	05,12	05,04	04,32	04,24	04,16	04,08	04,00	03,28	03,20	03,12	03,04	02,32	02,24	02,16	02,08	02,00	01,28
00,09,19	7	07,00	06,29	06,22	06,15	06,08	06,01	05,30	05,23	05,16	05,09	05,02	04,31	04,24	04,17	04,10	04,03	03,32	03,25	03,18	03,11	03,04	02,33	02,26	02,19	02,12	02,05	01,34	01,27	01,20	01,13
00,06,00	6	06,00	05,30	05,24	05,18	05,12	05,06	05,00	04,30	04,24	04,18	04,12	04,06	04,00	03,30	03,24	03,18	03,12	03,06	03,00	02,30	02,24	02,18	02,12	02,06	02,00	01,30	01,24	01,18	01,12	01,06	01,00
00,03,17	5	05,00	04,31	04,26	04,21	04,16	04,11	04,06	04,01	03,32	03,27	03,22	03,17	03,12	03,07	03,02	02,33	02,28	02,23	02,18	02,13	02,08	02,03	01,34	01,29	01,24	01,19	01,14	01,09	01,04	00,35	00,30	00,25
00,01,28	4	04,00	03,32	03,28	03,24	03,20	03,16	03,12	03,08	03,04	03,00	02,32	02,28	02,24	02,20	02,16	02,12	02,08	02,04	02,00	01,32	01,28	01,24	01,20	01,16	01,12	01,08	01,04	01,00	00,32	00,28	00,24	00,20	00,16
00,00,27	3	03,00	02,33	02,30	02,27	02,24	02,21	02,18	02,15	02,12	02,09	02,06	02,03	02,00	01,33	01,30	01,27	01,24	01,21	01,18	01,15	01,12	01,09	01,06	01,03	01,00	00,33	00,30	00,27	00,24	00,21	00,18	00,15	00,12	00,09
00,00,08	2	02,00	01,34	01,32	01,30	01,28	01,26	01,24	01,22	01,20	01,18	01,16	01,14	01,12	01,10	01,08	01,06	01,04	01,02	01,00	00,34	00,32	00,30	00,28	00,26	00,24	00,22	00,20	00,18	00,16	00,14	00,12	00,10	00,08	00,06	00,04
00,00,01	1	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Quadrat		1,00,00	34,01	32,04	30,09	28,16	26,25	25,00	23,13	21,28	20,09	18,28	17,13	16,00	14,25	13,16	12,09	11,04	10,01	09,00	08,01	07,04	06,09	05,16	04,25	04,00	03,13	02,28	02,09	01,28	01,13	01,00	00,25	00,16	00,09	00,04	00,01

Der Theilungsexponent: β = 36.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Werneburg, Johann Friedrich Christian,

Erste allgemeine Rechnenlehre oder Rechnenkunst für und nach jeglicher stetigen Eintheilung, vermittelst der Dekadik Allen angehenden Civil- und Bergbaukundigen empfohlen ; Ein Bey- und Nachtrag zu jedem mathematischen Lehrbuche

Leipzig 1804

4 Math.p. 393 h
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10053950-8